

Fejezetek a magas hőmérsékletű kísérleti
plazmafizikából

Kocsis Gábor, Bencze Attila, Dunai Dániel, Kálvin Sándor,
Szepesi Tamás & Zoletnik Sándor

2013.11.17.

Tartalomjegyzék

1. Kocsis Gábor: Bevezetés a kísérleti magas hőmérsékletű plazmafizikába	5
1.1. Bevezetés	5
1.2. Hogyan nyerhetünk energiát atommagokból: maghasadás és fúzió	6
1.3. Fúziós folyamatok a Napban	9
1.4. Fúzió a laboratóriumban: DT reakció, Lawson kritérium, hatásfok és üzemanyag elérhetőség	9
1.5. Plazma, plazmák osztályozása	13
1.5.1. Plazmák osztályozása	14
1.6. Alap plazmafizikai fogalmak: plazma frekvencia, Debey árnyékolás	16
1.7. Töltött részecskék mozgása elektromos és mágneses terekben	18
1.7.1. Részecske mozgása homogén sztatikus mágneses térben	19
1.7.2. Részecske mozgása homogén sztatikus mágneses térben külső erő jelenlétében	20
1.8. Feladatok	23
1.8.1. 1. feladat	23
1.8.2. 2. feladat	23
2. Kocsis Gábor: Mágneses tér toroidális berendezésekben, mágneses diagnosztikák	24
2.1. Bevezetés	24
2.2. Mágneses tér toroidális berendezésekben	25
2.3. Axiál-szimmetrikus mágneses tér	27
2.3.1. Mágneses felületek	27
2.3.2. A toroidális fúziós berendezésekben használt koordináta rendszerek	28
2.3.3. Mágneses fluxus definíciók, fluxus koordináták	29
2.3.4. Fluxus függvények	30
2.3.5. Grad-Shafranov egyenlet	33
2.3.6. Béta	34
2.4. Mágneses tér mérése	35
2.4.1. A tekercs	35
2.4.2. Hall szonda	36
2.4.3. Faraday effektus	37
2.5. Mágneses diagnosztikák	37
2.6. Feladatok	40

2.6.1. 1. feladat	40
3. Dunai Dániel: Hullámok plazmákban	41
4. Kocsis Gábor: Hogyan keltsünk plazmát?	42
4.1. Egy tipikus toroidális berendezés felépítése	42
4.2. Plazma határoló elemek	44
4.3. Plazma keltése, fűtése és üzemanyag ellátása a tokamakban	48
4.4. Az alacsony és a magas összetartású mód	51
4.5. Berendezések	53
5. Kocsis Gábor: Plazma diagnosztika: passzív és aktív spektroszkópia	56
5.1. Bevezetés	56
5.2. A plazma sugárzása	57
5.2.1. Vonalas sugárzás	58
5.2.2. Folytonos sugárzás: fékezési és rekombinációs sugárzás	61
5.3. Aktív és passzív spektroszkópia technikai alapjai	61
5.3.1. Optikai elemek, diszperzív elemek, spektrométerek	62
5.3.2. Detektorok: fotoelektronsokszorozó, CCD és CMOS kamera, képerősítő	65
5.4. Passzív spektroszkópia	69
5.5. Aktív spektroszkópia részecske nyalábok segítségével.	70
5.5.1. Termikus nyalábok	72
5.5.2. Szupratermikus nyalábok	72
5.5.3. Gyorsított nyalábok	74
5.6. Aktív spektroszkópia elektromágneses nyalábokkal	75
5.6.1. Interferometria	75
5.6.2. Thomson szórás	77
6. Bencze Attila: Plazma-fal kölcsönhatás	80
6.1. Határréteg-plazma, SOL	81
6.2. Limiteres plazma konfigurációk	82
6.3. Divertoros plazma konfigurációk	83
6.4. A SOL egydimenziós modellje	87
6.5. Langmuir szondák	90
6.6. Feladatok	96
6.6.1. 1. feladat	96
7. Szepesi Tamás: Instabilitások plazmában	97
7.1. Az instabilitásokról általában	97
7.2. Instabilitások plazmában	98
7.3. Nagy- β instabilitások	100

7.3.1.	A ballooning instabilitás	100
7.3.2.	A peeling instabilitás	100
7.4.	Az ELM	101
7.5.	Diszrupciók	106
7.5.1.	Alacsony q diszrupciók	108
7.5.2.	Maximális sűrűség diszrupciók	108
7.6.	Feladatok	108
7.6.1.	1. feladat	108
7.6.2.	2. feladat	109
8.	Zoletnik Sándor: Transzport és turbulencia	110
8.1.	Energiaveszteség és transzport	110
8.2.	Klasszikus transzport	110
8.3.	Anomális transzport	112
8.3.1.	Kísérleti tapasztalatok	112
8.4.	Plazmaturbulencia	115
8.4.1.	Instabilitások	115
8.4.2.	Turbulencia modellek	118
8.4.3.	Turbulencia kísérleti vizsgálata	120
8.4.4.	A plazmaturbulencia megértésének állapota	125
9.	Kocsis Gábor, Szepesi Tamás: Pelletek és forró plazma kölcsönhatása	127
9.1.	Miért van szükség hidrogén izotóp és szennyező pelletekre?	127
9.2.	Pellet készítési, gyorsítási és transzfer technikák	128
9.2.1.	Kriogén pelletek	128
9.2.2.	Szennyező pelletek	132
9.3.	Pellet plazma kölcsönhatás leírása	134
9.3.1.	Az NGS modell	135
9.3.2.	Pellet felhő mozgása és driftje	138
9.4.	Üzemanyag pótlás pelletekkel (pellet fuelling)	139
9.5.	Pellet ELM pacemaking	141
10.	Szepesi Tamás: Valós idejű diagnosztikák	144
10.1.	A fejezetről	144
10.2.	Létjogosultság	144
10.3.	A valós idejű rendszer	145
10.4.	Valós idejű operációs rendszerek	146
10.5.	Példa valós idejű rendszerre: EDICAM speciális gyorskamera	152

11.Kálvin Sándor: Bayes–adatfeldolgozás alkalmazása a plazmafizikában	157
11.1. Bevezetés	157
11.2. A deduktív és az induktív következtetés – a mérés célja a tudományokban	158
11.3. A valószínűség definíciója a Bayes elméletben	158
11.4. A Konzisztens következtetés algebrája – a Cox axiómák	159
11.5. A Bayes valószínűségi kalkulus	159
11.6. Bayes elmélet: a megismerés leírása	161
11.7. Paraméterbecslés	161
11.7.1. A legjobb becslés és a hibahatárok meghatározása	162
11.7.2. Klasszikus paraméterbecslés	163
11.8. Átlagolás Gauss zaj esetén	164
11.8.1. Mérések ismert hibával	164
11.8.2. Mérések ismeretlen hibával	165
11.9. A valószínűség meghatározása	167
11.10. Paraméternélküli becslés	170
11.11. Alkalmazások a plazmafizikában	171
11.11.1. Csúcs helyének és amplitúdójának meghatározása	171
11.11.2. Paraméter nélküli becslés	173
11.12. Feladatok	176
11.12.1. 1. feladat	176
11.12.2. 2. feladat	177
11.12.3. 3. feladat	177
Irodalomjegyzék	177

1. fejezet

Kocsis Gábor: Bevezetés a kísérleti magas hőmérsékletű plazmafizikába

1.1. Bevezetés

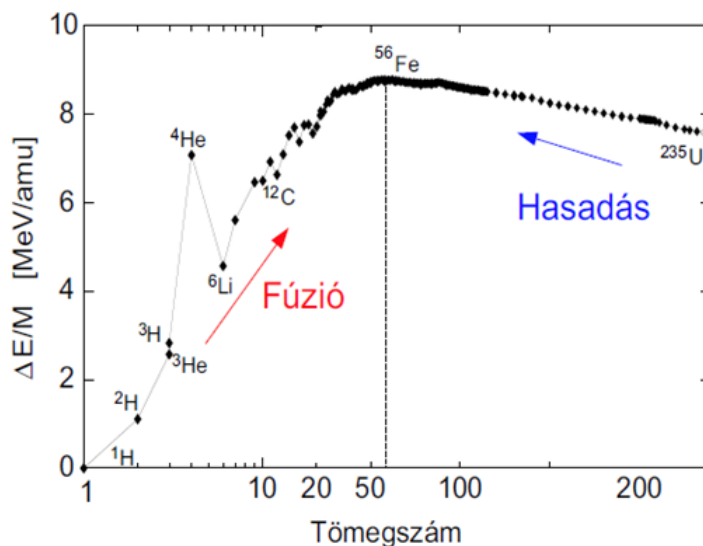
A "Fejezetek a magashőmérsékletű kísérleti plazmafizikából" kurzust az az igény hívta életre, hogy megismertessük a hallgatókat a mágnesesen összetartott plazmák témakörével. Tekintettel arra, hogy az emberiség energia igénye folyamatosan növekszik nem meglepő, hogy közben az energia ára - többféle okból kifolyólag - lendületesen emelkedik. A magashőmérsékletű plazmafizikai kutatások végső célja, hogy olyan módszereket és technológiákat fejlesszen ki, melyek segítségével viszonylag olcsón és lehetőleg korlátlanul tudjunk energiát termelni. Emiatt az utóbbi évtizedekben a világon jelentős erőforrásokat fordítottak és a közeljövőben fordítanak ezekre a kutatásokra, melyeknek főbb aspektusait tárgyaljuk ezen kurzus során főként a kísérleti eredményekre támaszkodva. Nem célunk - és a terjedelem miatt nem is lehetséges -, hogy egy teljesen konzisztens elméletekkel részletesen alátámasztott képet adjunk a fizika ezen ágáról, inkább azt tűztük ki célunknak, hogy az alapvető és a napjainkban legfontosabb tudásanyagot foglaljuk össze elősegítve a hallgatók tájékozódását ezen a területen.

Ezen jegyzet első fejezetében eljuttatjuk a hallgatót arra a szintre, hogy tisztában legyen a magashőmérsékletű plazmákkal kapcsolatos alapvető fogalmakkal. Megmutatjuk, hogy hogyan nyerhetünk energiát atommagokból (fúzió és fission). Megvizsgáljuk, milyen fúziós folyamatok zajlanak le a Napban, illetve melyek segítségével tudnánk termonukleáris energiát termelni a földön. Látni fogjuk, hogy mesterségesen a Coulomb potenciált - melyet le kell küzdenünk a könnyű atommagok fúziójához - leeffektívebben plazma halmazállapotú gázokban tudjuk áttörni. Meghatározzuk, hogy milyen paraméterekkel kell rendelkezni egy laboratóriumi plazmának, hogy vele fúziós energiát tudjunk termelni (Lawson kritérium, inerciális és mágneses fúzió), valamint megvizsgáljuk, hogy érdemes-e mágneses fúzióval foglalkoznunk (kellő mennyiségű üzemanyag áll-e rendelkezésre a Föl-

dön, milyen jó az energiatermelés határfoka és hogy nem veszélyezteti-e az emberiséget ez az energia termelés mód). A plazma állapot az egyik leggyakrabban előforduló állapot az Univerzumban. Adunk egy rövid áttekintést a különféle plazmákról illetve ezeket osztályozva elhelyezzük laboratóriumi fúziós plazmákat az elektron hőmérséklet-elektron sűrűség "térképen". Végezetül néhány egyszerű megfontolás alapján bevezetünk alapvető plazmafizikai fogalmakat (plazma frekvencia, Debye árnyékolás) és megvizsgáljuk töltött részecskék mozgását különféle - nem csak homogén vagy sztatikus elektromágneses terekben. Ez a fejezet [Chen,1984], [Dolan,1982], [Wesson,1997] irodalmak alapján készült, ahol részletesebb információk is találhatóak.

1.2. Hogyan nyerhetünk energiát atommagokból: maghasadás és fúzió

Az egy nukleonra jutó kötési energiát megvizsgálva megfigyelhető, hogy a maximális érték a vasnál (56-os tömegszám) található. Ez azt jelenti, hogy hidrogéntől a vasig atommagok egyesítésével - fúzióval -, a nehezebb elemek felől szintén a vasig atommagok hasításával nyerhetünk energiát. Az ábrából az is látható, hogy a fúzió során - főleg a könnyebb magoknál - jóval több energia szabadul fel tömegegységenként, mint a hasadásnál.



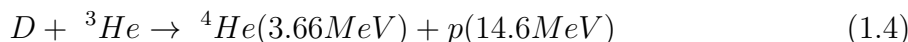
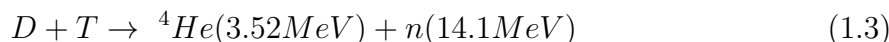
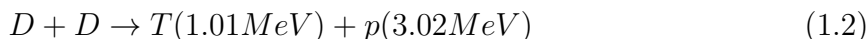
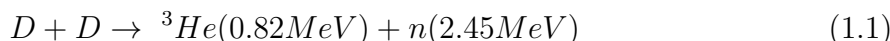
1.1. ábra. Az egy nukleonra jutó kötési energia a tömegszám függvényében.

A nagy tömegszámú atomok hasítása révén nyert energia a huszadik század egyik legfontosabb és legellentmondásosabb energiaforrása. A maghasadásos energiatermelés

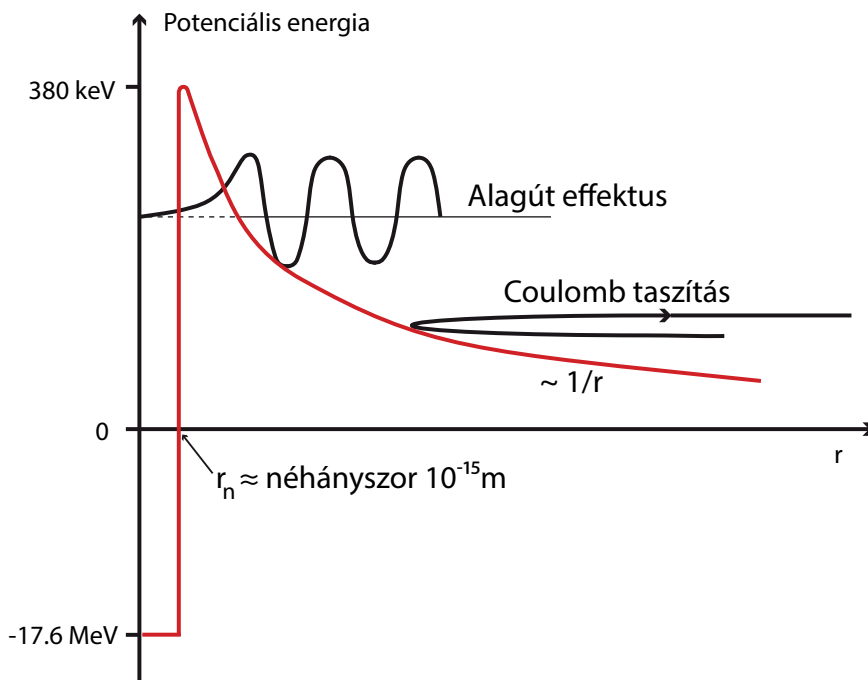
előnye, hogy az atommagok neutron segítségével történő hasításához nem szükséges kezdeti befektetett energia, megfelelő mennyiségű hasadó anyag esetén a reakció spontán is végbemegy. Ez az egyik oka annak, hogy maghasadásos reaktorokat már viszonylag egyszerű technológiával lehetett építeni. Jóllehet az atommagok hasadásán alapuló atomreaktorok az új évezredben is megbízható energiaszolgáltatást jelentenek (például hazánkban felhasznált elektromos energia kb. 40%-t ilyen módon állítjuk elő), mégis az előfordult balesetek több országot arra készítettek, hogy átgondolják a maghasadásos reaktorok használatát. Valójában fő problémát a keletkező sugárveszélyes hulladék kezelése - jelenleg a kiégett fűtőelemeket ezer éves nagyságrendben kell kontrollált körülmények között tárolni - és a véges üzemanyag mennyiség jelenti, de a közelmúltban bekövetkezett reaktorbalesetek is nagyban befolyásolták/befolyásolják a maghasadásos reaktorok elfogadottságát. Mindezek ellenére úgy véljük, hogy emberiség jelenlegi fejlettségi szintjén nem mellőzheti a maghasadásos energia termelést, amely a fent elmondottak ellenére az egyik legkisebb rizikó faktorú, és a nem megújuló energiaforrások között az egyik legkörnyezetkímélőbb energiaforrás.

Könnyű atommagok egyesítése - a magfúzió - az emberiség régi álma, mely sikeres megvalósítása esetén számos előnnyel járhat: káros hulladéktól mentes, biztonságos és bőséges energiaellátást jelentene. Ehhez elsősorban a töltött magok Coulomb-taszítását kell legyőzni, hogy elég közel kerülhessenek egymáshoz a fúzió létrejöttéhez, ugyanis az erős kölcsönhatás csak akkor érvényesül, ha a kölcsönható magok néhány nukleon távolságra (tipikusan $10^{-15}m$) vannak egymástól. Ennél nagyobb távolságokon már a Coulomb taszítás dominál. Szerencsére kvantummechanikai valószínűségi függvények térbeli lecsengése véges valószínűséget hagy az alagút effektus megvalósulására, így a potenciál gátnál lényegesen kisebb energiákon is megvalósulhat két atommag fúziója.

Hidrogén izotópok esetén ehhez nagyjából 10 keV kinetikus energiájú részecskéket kell ütköztetnünk, melyet részecskegyorsítóknál könnyen elérhetünk, így a szóba jöhető magreakciókat jól ismerjük. A fúziós energiatermelés megvalósítására az alábbi folyamatok jöhetnek szóba (zárójelben a keletkező részecskék energiája található):

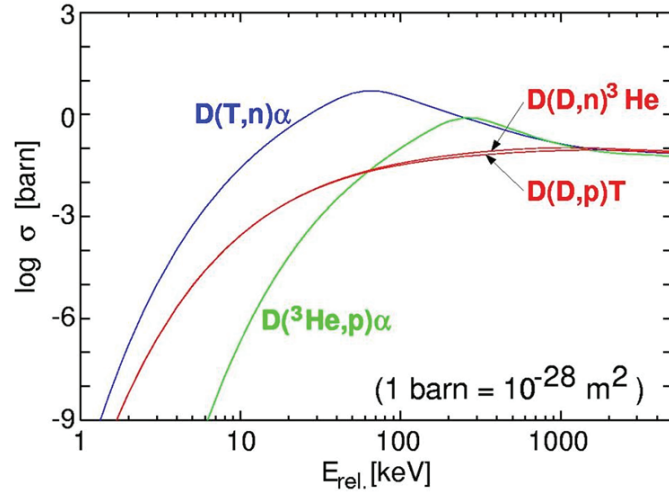


Történelmi okokból a hidrogén az egyetlen anyag, ahol a különböző izotópoknak külön nevük is van. A továbbiakban mi is követjük ezt a terminológiát: hidrogén (Protium): $H = {}^1H$, deutérium: $D = {}^2H$, trícium: $T = {}^3H$. A felsorolt folyamatok hatás keresztmetszetének energiafüggését - melyet a gyorsítóknál kimérhetünk - figyelembe véve a $D + T$ reakció tűnik a legalkalmasabbnak a fúziós energiatermelésre, mivel alacsony küszöbenergiája mellett elegendő mennyiségű energia szabadul fel. Látható, hogy a fúziós



1.2. ábra. Potenciális energia az atommagtól mért távolság függvényében.

energiatermelés is egy nukleáris folyamat (ennek köszönhető, hogy nagyságrendekkel nagyobb energiasűrűség érhető el, mint a kémia kötési energiákat felszabadító hagyományos - például fosszilis - üzemanyagú energiatermelési módoknál), tehát ebben az esetben sem kerülhető el a reaktornál használt anyagok felaktiválódása ami szintén magával vonja ezen anyagok pihentető tárolását. Ki kell azonban hangsúlyoznunk, hogy a felaktiválódott anyagok lebomlása viszonylag gyorsan lezajlik, tipikusan a 10 éves időskálán, és az aktivitás mennyisége is nagyságrendekkel kisebb mint amit a maghasadásos reaktorokban tapasztalhatunk. A fúziós energiatermelés másik nagy előnye a gyakorlatilag korlátlanul rendelkezésre álló üzemanyag és hogy a végterméke a vegytiszta hélium. A tervezett fúziós erőműben egyszerre nagyon kis mennyiségű üzemanyag (deutérium trícium gáz keverék) lesz jelen (nagyságrendileg 10g). Ez több előnnyel is jár: egy lehetséges balesetben (kamra szivárgás, robbanás) olyan kis mennyiségű rádióaktív és rövid felezési idejű (maximum 13 év) anyag tud szétszóródni, hogy ez csak kis területet képes beszennyezni. A fúziós erőműben nem lesz láncreakció, tehát a megszaladásos, kontrollálhatatlan balesetek sem lehetnek; baleset esetén magától leáll a fúziós folyamat.



1.3. ábra. Fúziós folyamatok hatáskeresztmetszete a két részecske relatív kinetikus energiájának a függvényében.

1.3. Fúziós folyamatok a Napban

Azt hogy a fúzió valóban szolgáltat energiát azt mindenki nap mint nap tapasztalhatja, például amikor legutóbb pirosra égett egy nyaralás alatt. Napunk folytonosan $3.6 \cdot 10^{17} GW$ energiát termel, amihez $6 \cdot 10^{11} kg$ hidrogént konvertál át $5.96 \cdot 10^{11} kg$ héliummá. Ebből a hatalmas teljesítményből Földünket - az atmoszféra energianyelő hatását figyelmen kívül hagyva - $1.4 kW/m^2$ teljesítménysűrűség éri.

Tekintsük át, hogy hogyan zajlik napunkban az energiatermelés. Itt a tömegvonzás az ami a nap anyagának az összetétele révén annyira felmelegíti gázt, hogy lesznek olyan atommagok, amiknek a kinetikus energiája elegendő lesz "legyőzni" a pozitívan töltött atommagok közötti taszítóerőt. A napban az első lépés, amikor két hidrogén atommag egyesül deutériummá (valójában egy proton alakul át neutronná):



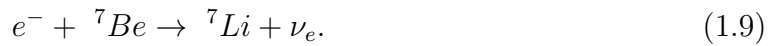
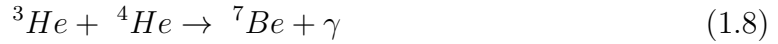
Ennek a folyamatnak nagyon kicsi a reakcióráta, ezért olyan hosszú az élettartama a napnak. Megvalósul még egy három test ütközéses folyamat is - két proton és egy elektron egyesül deutériummá - de ennek a valószínűsége elenyésző a két test ütközéshez képest. Második lépésként hidrogén egyesül deutériummal:



majd ezt követően



Ez az első három folyamat adja a nap energiatermelésének kb. 85%-t. A maradék kb. 15% az alábbi folyamatok alatt termelődik:

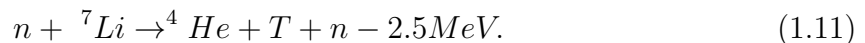
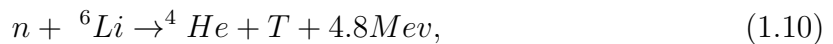


Látható, hogy a napban lezajló fúziós folyamatok a földön csak a keletkezett neutrínók detektálásával lehet megfigyelni. Ezek a kísérletek már a hatvanas években elkezdődtek és napjainkban is zajlanak. Ez elméletileg elvárt neutrínó fluxusnál mindig kevesebbet sikerült kimérni, de ahogy telik az idő lassan közelítünk: a hatvanas évekbeli 30%-ról eljutottunk a 60%-ig.

1.4. Fúzió a laboratóriumban: DT reakció, Lawson kritérium, hatásfok és üzemanyag elérhetőség megfontolások, inerciális, mágneses fúzió

A termonukleáris energia békés célokra történő hasznosításának ötlete a XX. század közepén született meg. A különböző fúziós reakciókat megvizsgálva már láttuk, hogy laboratóriumi körülmények között célszerű a DT reakcióval kísérletezni, mert ennek a folyamatnak a legnagyobb hatáskeresztmetszete, és már 10keV kinetikus energia is elegendőnek látszik. Ugyan ehhez a rádióaktív tríciumot kell használni, ami biztonsági megfontolásokat is megkövetel. Amennyiben a DT keverékkel már sikeresek vagyunk a jövőben megfontolandó a DD reakció használata, ami kevésbé effektív, de elkerülhetjük a trícium használatát.

A DT reakcióhoz szükséges deutérium nagy mennyiség áll rendelkezésre, hiszen a természetben előforduló hidrogén 0,015%-át deutérium teszi ki (például tengervízben). Ily módon az emberiségnek évmilliárdokra elegendő deutérium áll rendelkezésre a Földön. A tríciummal ilyen szempontból az a probléma, hogy erősen β -bomló anyag (felezési idő 12.33 év), és természetes módon csak rendkívül kis mennyiségben lelhető fel. Ám előállítását történhet a fúziós reakció során felszabadult neutronnal a következőképpen:



Így megoldható, hogy a trícium csak a reaktortérben forduljon elő, ami biztonsági szempontból is előnyt jelent. Lítiumot a földön nagy mennyiségben és földrajzilag egyenletes eloszlásban találhatunk. Becslések azt mutatják sok tíz ezer évre elegendő a mennyisége.

Tehát fúziós üzemanyagunk van elegendő, most már csak energetikailag pozitív mérlegű reaktort kellene építeni. És itt kezdődnek a nehézségek! Mint láttuk a fúzionálandó

atommagok relatív kinetikus energiájának néhányszor 100keV környékén kellene lennie. Ez manapság könnyen megoldható: például részecskegyorsítóban kellően felgyorsított deutérium nyalábot lőhetünk tríciumban gazdag deutérium gázba. A fúziós reakció le is zajlik, ám a gyorsított nyaláb részecskéit a Coulomb szórás - melynek a hatáskeresztmetszete kb. 1000 szerese a fúzióénak - szétdivergálja. Mivel a felszabaduló energia csak kb. 100 szorosa a nyaláb kinetikus energiájának, ezért ez az eljárás nem lesz pozitív energia mérlegű.

Lényegesen jobb megoldás az, amikor a deutérium trícium gáz keveréket melegítünk fel néhányszor 10keV hőmérsékletűre és rendszerünket elegendő hosszú ideig tarjuk kellő sűrűségeen. Itt érdemes megjegyezni, hogy ezen a hőmérsékleten a hidrogén izotóp atomok már szétbomlanak atommagokra és elektronokra, így a gázunk plazma állapotba kerül (erről részletesebben, pl. a plazma pontos definíciójáról a következő fejezetben lesz szó). A termikus gáz vagy plazma részecskéinek a $f(v)$ eloszlása Maxwell eloszlást követi:

$$f(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_B T}\right). \quad (1.12)$$

A termikus gáz/plazma esetén a fúzió rátája (egységnyi térfogatban egységnyi idő alatt lejátszódó DT fúziók száma) a

$$R = n_D \cdot n_T \cdot \langle \sigma v \rangle \quad (1.13)$$

kifejezéssel adható meg, ahol n_D és n_T a deutérium és trícium sűrűségét jelöli, $\langle \sigma v \rangle$ a részecskék eloszlásfüggvényére átlagolt hatáskeresztmetszet, mely az eloszlásfüggvényt behelyettesítve a következő alakot ölti:

$$\langle \sigma v \rangle = \frac{4}{(2\pi m_r)^{1/2} (k_B T)^{3/2}} \cdot \int \sigma(E_r) \cdot E_r \cdot \exp\left(-\frac{E_r}{k_B T}\right), \quad (1.14)$$

ahol E_r a résztvevő részecskék relatív kinetikus energiája, m_r pedig a redukált tömeg: $1/m_r = 1/m_D + 1/m_T$.

Lawson 1957-ben egy egyszerű energiamegmaradási elven alapuló gondolatmenettel meghatározta, hogy DT plazmáknak milyen paraméterekkel kell rendelkezni, hogy a fúzióval termelt energia ellensúlyozza rendszerünk veszteségeit. Ezt hívjuk Break-even-nek. Egységnyi térfogatban keletkezett fúziós teljesítmény a fúziós ráta és a fúzióban keletkező energia szorzata (például DT esetben - feltételezve hogy mind a keletkezett neutron és a He részecske energiája a rendszerben marad - ez az érték 17.6MeV):

$$P_{fus} = n_D \cdot n_T \cdot \langle \sigma v \rangle \cdot E_{fus}. \quad (1.15)$$

Feltételezve, hogy a deutérium és a trícium sűrűsége egyforma ($n_D = n_T = n/2$), hogy az ionok és az elektronok hőmérséklete ugyanaz ($T_i = T_e = T$) és figyelembe véve,

hogy az egy szabadsági fokra jutó átlagenergia az $k_B T/2$ az egységnyi térfogatra eső energiaveszteséget megadhatjuk a következő alakban:

$$P_{loss} = \frac{3 \cdot n k_B T}{\tau_E}, \quad (1.16)$$

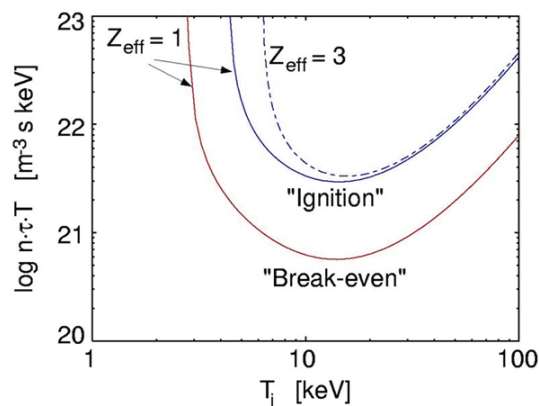
ahol az energia veszteséget a τ_E energia összetartási idővel jellemezzük. A Lawson által figyelembe vett másik veszteségforrás a töltött részecskék gyorsulása miatti fékezési sugárzás (bremsstrahlung):

$$P_{bremsstrahlung} = c_1 \cdot n_e^2 \cdot Z_{eff} \cdot (k_B T)^{1/2}, \quad (1.17)$$

ahol $c_1 = 5.4 \cdot 10^{-37} W m^3 keV^{-1/2}$, $Z_{eff} = \sum n_i Z_i^2 / n$ az effektív töltés, Z_i és n_i az egyes részecskék töltése és sűrűsége. Feltételezve, hogy $P_{fus} = P_{loss} + P_{bremsstrahlung}$ az u.n. Lawson kritériumot kapjuk az $n\tau_E T$ hármasszorzatra:

$$n\tau_E T = \frac{12(k_B T)^2}{\langle \sigma v \rangle E_{fus} - 4c_1 Z_{eff} (k_B T)^{1/2}} \quad (1.18)$$

Az alábbi ábrán az $n\tau_E T$ hármasszorzat hőmérséklet függését ábrázoltuk. A piros görbe a Break-even, a fekete görbe az u.n. ignition, ahol a rendszerben csak a He részecskék energiája marad.



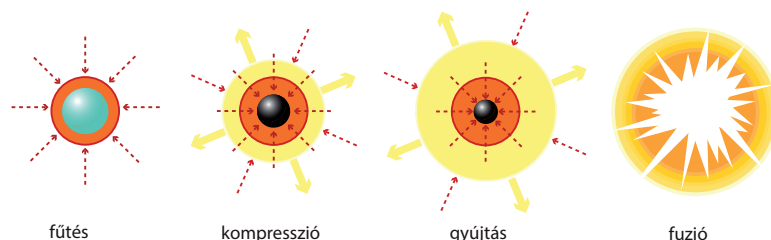
1.4. ábra. Az $n\tau_E T$ hármasszorzat függése a hőmérséklettől.

Az rögtön leolvasható, hogy ha fúziós reaktort akarunk építeni, akkor az $n\tau_E T$ hármasszorzatnak egy adott értéknél magasabbnak kell lenni. Ezt a jelenlegi kutatások szerint kétféleképpen érhetjük el. Minél jobban elszigeteljük a rendszerünket, azaz a lehető legnagyobb energia összetartási időre törekszünk, így növelve a rendszerünk hőmérsékletet is (mágneses fúzió). A másik megközelítés az az, amikor nem foglalkozunk

a rendszer összetartásával, de megpróbáljuk a lehető legnagyobb sűrűséget a plazma összenyomásával elérni (inerciális, lézer fúzió).

A mágneses fúzió az, amit ebben az előadás sorozatban részletesen ki fogunk fejteni, ezért itt csak néhány mondatban térünk ki rá. Ebben a fúziós sémában intenzív mágneses tér struktúrát hozunk létre (tipikus térerősség néhány Tesla), melynek segítségével a majdnem teljesen ionizált deutérium trícium gázkeverékünk töltött részecskéit tudjuk egyben tartani a mágneses tér által körülfogott térfogatban. Ezután a plazmákat kívülről - például mikrohullámokkal - a Lawson kritériumnak megfelelő hőmérséklet fölé melegítjük. Ha sikerült elérni a gyújtási paramétereket, onnantól a rendszer önfenntartóvá válik. A plazmát összetartó mágneses teret jelenleg úgy képzelhetjük el, hogy a mágneses erővonalak egymásba ágyazott tórusz alakú felületeket írnak le. Ilyen teret vagy tekercs rendszerekkel (sztellarátor) vagy tekercsekkel plusz a tórusz alakú plazmában folyó áram keltette mágneses térrel (tokamak) hozhatunk létre.

Az inerciális fúzió elvi sémájánál egy - például gömb alakú - kis méretű kapszulából indulunk ki, mely tartalmazza a deutérium trícium keveréket. A kapszula falát olyan anyaggal vonjuk be, amely jó hatásfokkal képes lézer energiát elnyelni. Ezután a kapszula falát a lehető leghomogénebb módon intenzív lézer impulzussal világítjuk meg, mely a fal ablációját indítja be és az impulzus megmaradás elve alapján a kapszula belsejében levő anyagot intenzíven összenyomja. Így megfelelő intenzitású lézer impulzus esetén elérhetjük a Lawson kritériumnak megfelelő $n\tau_E T$ hármasszorzatot.



1.5. ábra. Az inerciális fúzió sematikus vázlata.

Fontos megjegyezni, hogy mindkét fúziós energiatermelési séma még kísérleti szakaszban van, tehát szó sincs arról, hogy a jelen (2012) kísérleti berendezései energiát termeljenek. A kísérletek jelen fázisában a kutatók alapvető fizikai folyamatokat vizsgálnak, a berendezések következő generációjának a feladata lesz a technológiai és anyagtudományi nyitott kérdések megválaszolása.

1.5. Plazma, plazmák osztályozása

Láthattuk, hogy önnív atommagok fúziójához, a Coulomb potenciál legyőzéséhez, körülbelül 10keV kinetikus energiára van szükség. Ha ezt termikus közegben akarjuk el-

érni, akkor ehhez több 10keV hőmérsékletet kell elérni. Ez lényegesen magasabb mint a könnyű atomok ionizációs potenciálja, tehát atomjaink gyorsan elveszítik elektronjaikat, azaz elektronokból és pozitív töltésű ionokból álló gázunk, plazmánk lesz. A plazma kifejezést először Irving Langmuir vezette be 1928-ban. Langmuir a 1920-as években higanygőz plazmával foglalkozott, ami az egész rendelkezésre álló üveg edényt kitöltötte, ezért esett a Langmuir választása a görög plazma szóra, melynek a jelentése formázható anyag ("moldable substance").

Az ionizált gáznak különleges tulajdonságai vannak, amelyek megkülönböztetik az anyag más megjelenési formáitól, ezért plazma az anyag negyedik halmazállapota. A plazma szabad töltésekből áll, ezért elektromosan vezető. A töltések kölcsönhatnak elektromos és mágneses terekkel és egyben keltik is azokat. A töltött részecskék kölcsönhatását a hosszú hatótávolságú Coulomb potenciál határozza meg. A hosszú hatótávolságú kölcsönhatás azt eredményezi, hogy sok részecske vesz részt benne, azaz kollektív jelenségek fognak a plazmában dominálni. Mindezek alapján megadhatjuk a plazma általános definícióját: olyan gáz, melyben töltött és semleges részecskék találhatók, melyek kollektív viselkedést mutatnak és a gáz egésze elektromosan semleges.

Az univerzumban látható anyag 99%-a plazmaállapotú. A csillagok, a csillagközi por- és gázfelhők anyaga, a bolygók belseje, a gyertyaláng, a plazmatévé, és az ionoszféra is mind-mind ugyanannak a halmazállapotnak különböző megjelenési formái. A plazmaállapot mind hőmérsékletben, mind sűrűségben nagy tartományokat fog át (lásd 1.6.ábra). Hogy a Földön mégsem az univerzum többi részében érvényes 99%-os arány jelenik meg, annak az az oka, hogy a bolygónkon jellemző hőmérséklet értékeken az ionizált és a semleges részecskék aránya termikus egyensúlyban igen kis mértékű, szobahőmérsékleten tipikusan $\frac{n_i}{n_s} = 10^{-122}$, ahol n_i az ionizált, n_s pedig a semleges részecskesűrűség.

Azonban ez az arány a hőmérséklettel exponenciálisan nő, ami megmagyarázza, hogy a világűrben - magasabb hőmérsékleten - miért olyan gyakori ez az állapot. Napjainkban a mesterséges plazmáknak egyre nagyobb szerep jut a mindennapi élet egyes területein is. A neoncsövek és a fentebb említett plazmatévé mellett léteznek például plazmavágók, plazma szeméttégetők stb.

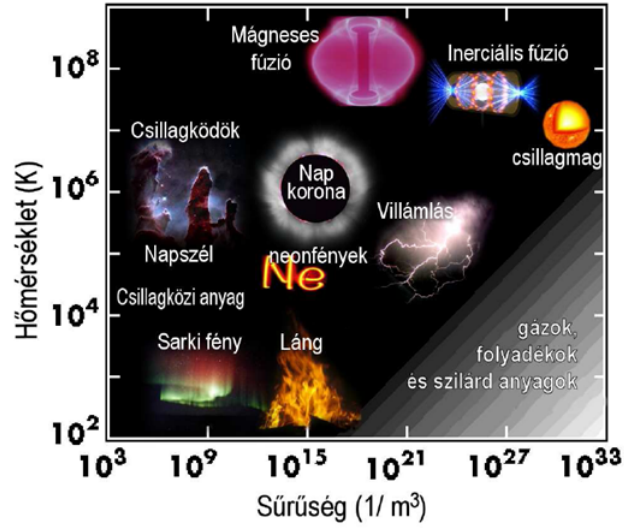
1.5.1. Plazmák osztályozása

A továbbiakban foglalkozzunk csak hidrogén izotóp plazmákkal. Ahhoz hogy az atomok ionizálódjanak az átlagos termikus energiának az ionizációs energia nagyságrendjébe kell esnie:

$$E_{th} = \frac{3}{2}k_B T = E_{ion} = 13.6eV, \quad (1.19)$$

amiből $T_{ion} \sim 9eV$ adódik. Ha figyelembe vesszük a részecskék Maxwell eloszlását, és hogy az ionizáció több lépcsőben is lejátszódhat T_{ion} az körülbelül 1eV-nak adódik.

Termikus plazma relativisztikussá válik, ha az elektronok termikus energiája össze-



1.6. ábra. A plazmaállapot megjelenési formái különböző sűrűség-, és hőmérséklet értékeken.

mérhető az elektron nyugalmi tömegével, azaz

$$E_{th} = \frac{3}{2}k_B T = m_e c^2, \quad (1.20)$$

amiből $T_{rel} \sim 340keV$ adódik.

Degenerált plazmának hívjuk azokat az eseteket, amikor a kvantum effektusok már nem elhanyagolhatóak, azaz az elektronok termikus energiája összemérhető az E_F Fermi energiával. Nem degenerált esetben $E_{th} \gg E_F$, amikor az elektronok jó közelítéssel a Boltzmann eloszlást követik. A degenerált plazmák "hőmérsékleti határát" megkaphatjuk az alábbi kifejezés hőmérsékletre való rendezésével:

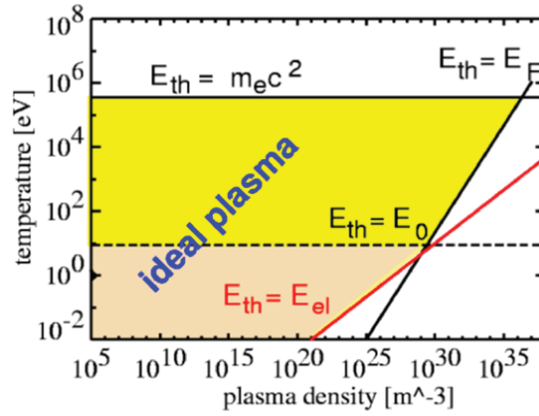
$$E_{th} = \frac{3}{2}k_B T = \frac{\hbar(3\pi^2 n_e)^{2/3}}{2m_e} = E_F \rightarrow T_F[eV] = 2.4 \cdot 10^{-19}(n_e[m^{-3}])^{2/3}. \quad (1.21)$$

A plazmát ideálisnak nevezzük, ha az elektronok kinetikus energiája sokkal nagyobb, mint az elektrosztatikus kölcsönhatás energiája (E_{el}), azaz

$$\Gamma = \frac{E_{el}}{E_{th}} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0 k_B T} \ll 1, \quad (1.22)$$

ahol $r_0 = (4/3\pi n_e)^{-1/3}$ a részecskék átlagos távolsága (Wigner-Seitz rádiusz).

A ?? ábrán grafikusán ábrázoltuk a plazma elektron sűrűség elektron hőmérséklet térképen a különböző plazmák elhelyezkedését és a különböző határvonalakat. Jól látható,



1.7. ábra. Az ideális plazma közelítés alkalmazhatósági tartománya sűrűség-hőmérséklet térképen.

hogy az ideális plazma közelítés egy nagyon tág paraméter tartományban alkalmazható. Végezetül megjegyezzük, hogy ideális plazmák esetében alkalmazható az ideális gázok állapotegyenlete:

$$p = \sum_j n_j k_B T_j \quad (1.23)$$

1.6. Alap plazmafizikai fogalmak: plazma frekvencia, Debye árnyékolás

Az előző fejezetben láttuk, hogy a plazma legfontosabb paramétere a sűrűség, a hőmérséklet. Azt is láttuk, hogy a Coulomb potenciál hosszú hatótávolsága miatt kollektív jelenségek is fontos szerepet játszanak plazmák viselkedésében. A következő alfejezetekben röviden áttekintjük a legfontosabb plazma jellemzőket, mint a plazmafrequencia, és a Debye árnyékolás.

A plazmafrequencia

Tételezzük fel, hogy az elektronok x távolságra elmozdulnak az ionokhoz képest. Ennek következtében egy igen erős visszatérítő elektromos tér keletkezik: $E = \frac{en_e x}{\epsilon_0}$. Például ha az elektronsűrűség $n_e = 10^{20} m^{-3}$ és $x = 1 mm$ a keletkező visszatérítő elektromos tére $E = 10^9 V/m$ adódik. A fellépő visszatérítő erő az elektronokat gyorsítja (az ionok mozgását - sokkal nagyobb tömegük miatt - most elhanyagolhatjuk). Mivel a visszatérítő erő ($F = eE$) arányos az elmozdulással rendszerünk harmonikus oszcillátornak tekinthető, ahol az elektronok az úgynevezett ω_p plazmafrequenciával oszcillálnak:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{e^2 n_e}{\epsilon_0 m_e}}. \quad (1.24)$$

Érdemes megjegyezni, hogy a plazma frekvencia csak a plazma sűrűségétől függ, tehát teljesen mindegy mekkora a hőmérséklet! Például ha $n_e = 10^{20} m^{-3}$ akkor $\omega_p \approx 560 GHz$ -nek adódik. Ha bármilyen elektromos tér keletkezik a plazmánkban az elektronok nagyon gyorsan $2\pi/\omega_p$ időskálán kompenzálják azt. Példánkban ez nagyon rövid idő, $10^{-11} s$. Mivel az elektronsűrűség és az ionsűrűség közötti egyensúly ($n_e = n_i$) legkisebb felborítása is hatalmas elektromos erőtér kialakulását eredményezi, a kvázi-neutralitás nagyon gyorsan helyreáll. Természetesen a fenti megfontolások az ionokra is érvényesek, és be lehet vezetni az ion plazma frekvenciát, aminek azonban - az ionok és az elektronok közötti tömegkülönbség miatt - sokkal kisebb lesz a frekvenciája.

Amennyiben (külső mágneses tér nélküli esetben) egy transzverzális elektromágneses hullámot bocsátunk a plazmára - hasonlóan a látható fény fémeken történő reflexiójához - a plazmafrequenciánál kisebb frekvenciájú sugárzás nem tud a plazmába hatolni (az elektronok rövidebbre zárják az elektromos teret).

A Debye árnyékolás

Mint láttuk a plazmának makroszkopikusan semlegesnek kell lennie, hiszen ez ébredő elektromos terek rövid időskálán helyreállítják azt ha valami eltérés keletkezik. Természetesen ahogyan a térbeli skálán haladunk a mikroszkopikus méretekhez, ahol már az egyedi töltések hatását is figyelembe kell venni, már nem beszélhetünk neutralitásról.

Egy q töltésű részecske a vákuumban elektrosztatikus (Coulomb) potenciálját a

$$\Delta\Phi = -\frac{q\delta(0)}{\epsilon_0} \quad (1.25)$$

Poisson egyenlet megoldásával kaphatjuk meg:

$$\Phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (1.26)$$

A plazmában a töltött részecskét körülvesz sok egyéb töltött részecske, ezért a Poisson egyenletben az egyedi töltést a ρ töltéssűrűséggel kell behelyettesíteni:

$$\Delta\Phi = \frac{\rho}{\epsilon_0} = -\frac{e(n_e - n_i)}{\epsilon_0}, \quad (1.27)$$

ahol jelenleg feltételeztük, hogy az ionok (n_i) egyszerűen ionizáltak (pl. hidrogén plazma). A fenti egyenlet megoldásához feltételezzük, hogy sok részecske vesz benne részt, valamint a sokkal könnyebb elektronok mozognak a mozdulatlan pozitív ionok állandó sűrűségű

($n_{q,0}$) tengerében. A $q\Phi$ potenciális energia jelenlétében termodinamikai egyensúlyban lévő elektronok a Boltzman statisztikát követik:

$$n_e = n_{q,0} \cdot \exp\left(\frac{-q\Phi}{k_B T}\right). \quad (1.28)$$

Ideális plazmák esetén $k_B T \gg |e\Phi|$, tehát

$$n_q \approx n_{q,0} \cdot \left(1 - \frac{-q\Phi}{k_B T}\right). \quad (1.29)$$

Így a Poisson egyenlet a

$$\Delta\Phi = \frac{n_{e,0}e^2}{\epsilon_0 k_B T} \Phi \quad (1.30)$$

alakot ölti amennyiben $n_{q,0} = n_{e,0}$. Az egyenlet megoldását 1923-ban Debye adta meg a

$$\Phi_D = \Phi = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r} \exp\left(\frac{\sqrt{2}r}{\lambda_D}\right) \quad (1.31)$$

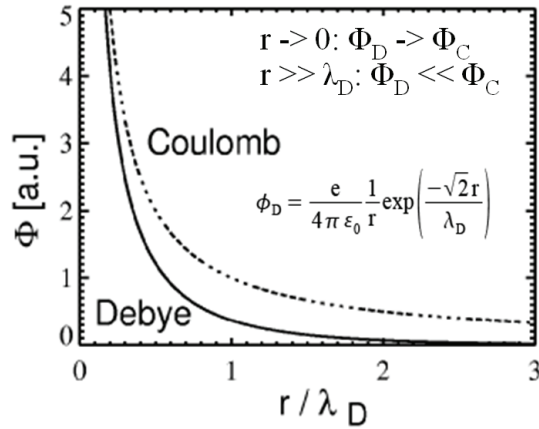
alakban ahol Debye-hossz $\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 \cdot k_B \cdot T}{n_{e,0} \cdot e^2}}$. A Debye-hossz egy praktikus alakja: $\lambda_D = 7430 \cdot \sqrt{\frac{k_B T}{n_{e,0}}} m$, ahol $k_B T$ eV-ban van megadva. Látható, hogy ez egy árnyékolt Coulomb potenciál, az árnyékolás skála hossza pedig a λ_D Debye-hossz. Más szavakkal a plazmában a kvázi-neutralitás csak úgy valósulhat meg, hogy a különböző töltések úgy rendeződnek, hogy ezzel lerontják egymás hatását, leárnyékolják egymást, amely természetesen csak egy bizonyos hosszskála felett valósul meg. Ezt a hosszt adja meg a Debye-hossz. A Debye gömbön belül található részecskék száma

$$N_D = n_e V_D = n_e \frac{4}{3} \pi \lambda_D^3. \quad (1.32)$$

$n_e = 10^{20} m^{-3}$ és $T_e = 10 keV$ esetén $\lambda_D = 75 \mu m$, $N_D \approx 10^8$. Ebből megállapíthatjuk, hogy ilyen plazma sűrűség és hőmérséklet esetén a feltevésünk, hogy sok részecske hat kölcsön egy töltéssel az helyes volt. Azt is könnyen beláthatjuk, hogy az ideális plazma feltétele, hogy $E_{th} \gg E_{el}$ az ekvivalens azzal, hogy $N_D \gg 1$, és hogy a kvázi-neutralitás csak akkor teljesül, ha a plazma tipikus kiterjedése sokkal nagyobb mind a Debye-hossz.

1.7. Töltött részecskék mozgása elektromos és mágneses terekben

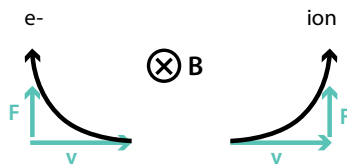
Plazmák tanulmányozását különösen nehezzé teszi, hogy azok sűrűsége sok nagyságrendet változhat. Előfordulhatnak olyan esetek, hogy a plazma olyan sűrű, hogy folyadék-ként viselkedik és nem kell foglalkoznunk az egyedi töltések mozgásával. Más alacsony



1.8. ábra. A Debye és a Coulomb potenciál összehasonlítása.

sűrűségű plazmák esetében az egyedi töltések trajektóriáit kell vizsgálnunk, mert a kollektív effektusoknak a részecskék mozgásában játszott szerepe elhanyagolható. Tehát a plazma bizonyos esetekben úgy viselkedik, mint egy folyadék, más esetekben pedig egyedi töltések halmaza. Első lépésként - mint a legegyszerűbb közelítést - ebben az alfejezetben megvizsgáljuk, hogy hogyan mozog egy töltött részecske különböző mágneses és elektromos terekben. Az egyrészecske közelítés előnye, hogy elhanyagolhatjuk a a részecske által keltett terek hatását, tehát csak külső, előre definiált terekkel fogunk foglalkozni.

1.7.1. Részecske mozgása homogén sztatikus mágneses térben



1.9. ábra. Mágneses térben levő töltött részecskére ható erő.

Ebben az esetben a külső mágneses térben a töltött részecskére a

$$\vec{F} = m_q \frac{d\vec{v}}{dt} = q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad (1.33)$$

Lorentz erő hat. Könnyen beláthatjuk, hogy ebben esetben a részecske kinetikus energi-

ája megmaradó mennyiség:

$$\frac{d}{dt}W_{kin} = \frac{m_q}{2} \frac{d}{dt}v^2 = m_q \frac{\vec{v}d\vec{v}}{dt} = q\vec{v}(\vec{v} \times \vec{B}) = 0. \quad (1.34)$$

A Lorentz erő másik következménye, hogy a részecske mágneses térrel párhuzamos sebesség komponense sem változik. Ebből következik, hogy a mágneses térre merőleges sebesség komponens (v_{\perp}) nagysága állandó is, csak az iránya változik, vagyis a részecske körmozgást végez, ahol a centripetális erőt a Lorentz erő biztosítja

$$|q|v_{\perp}B = \frac{m_q v_{\perp}^2}{r_g}, \quad (1.35)$$

ahol $r_g = \frac{m_q v_{\perp}}{|q|B}$ a körmozgás gyro/Larmor sugara. A körmozgás frekvenciája a $\omega_g = \frac{v_{\perp}}{r_g} = \frac{|q|B}{m_q}$ ciklotron frekvencia. A mágneses térre merőlegesen termikus eloszlást feltételezve

$$\frac{1}{2}m_q v_{\perp}^2 = k_B T \Rightarrow r_g = \frac{\sqrt{2m_q k_B T}}{|q|B}. \quad (1.36)$$

Megállapíthatjuk, hogy mind a ciklotron mozgás frekvenciája mind a Larmor sugár csak a plazma hőmérsékletétől és a mágneses tér nagyságától függ. Hogy a nagyságrendeket érzékeltessük, $T = 1keV$ és $B = 3T$ esetén az elektron ciklotron frekvencia $\omega_{g,e} = 5.3 \cdot 10^{11} s^{-1}$ az elektron Larmor sugár pedig $r_{g,e} = 3.5 \cdot 10^{-5} m$. Ugyanez hidrogén ionokra: $\omega_{g,i} = 2.9 \cdot 10^8 s^{-1}$ $r_{g,i} = 1.5 \cdot 10^{-3} m$. Ha a részecske rendelkezik a mágneses térrel párhuzamos sebesség komponenssel, akkor a részecske pálya egy hélix.

A körmozgást végző részecske egy áramot képvisel, aminek a mágneses momentumát a következő módon számíthatjuk ki:

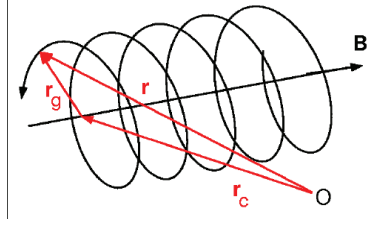
$$\vec{\mu}_g = -A_g I_g \vec{e}_B = -\pi r_g^2 \frac{q\omega_g}{2\pi} \vec{e}_B = -\frac{W_{\perp}}{B} \vec{e}_B, \quad (1.37)$$

ahol \vec{e}_B a mágneses tér irányába mutató egységvektor. A körmozgást végző részecske által keltett mágneses tér tehát olyan irányú, hogy csökkentse a körmozgást keltő külső mágneses teret, azaz ez egy diamágneses effektus.

1.7.2. Részecske mozgása homogén sztatikus mágneses térben külső erő jelenlétében

Vizsgáljuk meg azt az esetet, amikor a homogén mágneses tér mellett egy \vec{F} külső erő is hat a töltött részecskére. Ebben az esetben a mozgásegyenlet az alábbi alakot ölti:

$$m_q \frac{d\vec{v}}{dt} = q(\vec{v} \times \vec{B}) + \vec{F}. \quad (1.38)$$



1.10. ábra. A ciklotroncentrum (guiding center) definíciója. A szakirodalom ezt a kifejezést Larmor-centrumnak, Larmor-centrum közelítésnek is fordítja.

Azt már tudjuk, hogy a mágneses térben a részecske körmozgást végez, és most arra vagyunk kíváncsiak, hogy a külső erő hogyan módosítja ezt a mozgást. Mivel a giromozgást már meghatároztuk válasszuk azt le a teljes mozgásról bevezetve a ciklotroncentrumot (guiding center), ami alapján a részecske pályája $\vec{r} = \vec{r}_c + \vec{r}_g$ (lásd a 1.10-as ábrát). Könnyen beláthatjuk, hogy a ciklotron mozgás pályája

$$\vec{r}_g = r_g \vec{e}_{\vec{v} \times \vec{B}} = \frac{m_q v_{\perp}}{|q|B} \frac{q(\vec{v} \times \vec{B})}{|q|v_{\perp}B} = \frac{m}{qB^2} (\vec{v} \times \vec{B}) \quad (1.39)$$

alakba írható fel. A részecske sebesség vektora a pálya időderiváltja, vagyis a mozgásegyenletet is felhasználva

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}_c}{dt} + \frac{d\vec{r}_g}{dt} = \vec{v}_c - \frac{m_q}{qB^2} \frac{d\vec{v}}{dt} \times \vec{B} = \vec{v}_c - \frac{1}{qB^2} (\vec{F} + q(\vec{v} \times \vec{B})) \times \vec{B}, \quad (1.40)$$

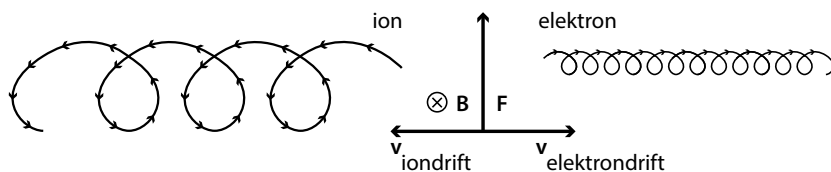
ami a vektorszorzatokat elvégezve a

$$\vec{v} = \vec{v}_c - \frac{\vec{F} \times \vec{B}}{qB^2} + \vec{v}_{\perp} \quad (1.41)$$

alakor ölti. Rendezzük ezt a ciklotroncentrum (guiding center) sebességére

$$\vec{v}_c = \vec{v}_{\parallel} + \frac{\vec{F} \times \vec{B}}{qB^2}, \quad (1.42)$$

ami így két tagból áll: egy mágneses térrel párhuzamos tagból, ami lehet a részecske kezdeti mágneses térrel párhuzamos sebessége vagy/és a külső erő mágneses térrel párhuzamos komponense által meghatározott sebesség; és egy úgy nevezett $\vec{v}_d = \frac{\vec{F} \times \vec{B}}{qB^2}$ drift sebességből, ami mind az erőre, mind a mágneses térre merőleges irányú. A 1.11 ábrán ábráztuk a részecske mozgását abban az esetben amikor a külső erő merőleges a mágneses térre. Ebből az ábrából könnyen megérthetjük a drift fizikai okát. A részecskét



1.11. ábra. Töltött részecske driftmozgása homogén mágneses térben külső erő jelenlétében.

körmozgása során az egyik félkörben gyorsítja a külső erő, miáltal a Larmor sugár nagyobb lesz, mint a másik félkörben, ahol az erő a részecskét lassítja. A Larmor rádiuszok különbsége miatt alakul ki a drift mozgás.

Érdeemes megjegyezni, hogy a drift sebesség függ a részecske töltésétől, tehát töltés-zétválasztást okoz. Az is érdekes, hogy a drift sebesség nem függ a részecskék tömegétől, tehát az elektronok és a hidrogén ionok azonos sebességgel driftelnek.

Ha a külső erőt egy állandó elektromos tér okozza, akkor $\vec{F} = q\vec{E}$. Ebben az esetben a drift sebesség $\vec{v}_{\vec{E} \times \vec{B}} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{B^2}$ alakú lesz, ahol a részecske töltés kiesik. Ez az egyetlen drift ahol a részecskék töltésüktől függetlenül azonos irányba driftelnek.

Inhomogén mágneses tér esetén a külső erő szerepét a mágneses tér gradiense veszi át, azaz $\vec{F} = -\mu_q \nabla B$. Ekkor a drift sebesség

$$\vec{v}_{\nabla B} = \frac{-\mu_q}{qB^2} \nabla B \times \vec{B} = \frac{m_q v_{\perp}^2}{2qB^3} \nabla B \times \vec{B} \quad (1.43)$$

A driftet itt is a mágneses tér változása keltette Larmor rádiusz változás okozza. Ez a drift is töltés függő, tehát az elektronok és az ionok ellentétes irányba driftelnek.

Ha görbült mágneses terünk van, akkor a részecskékre a centrifugális erő hat. Ebben az esetben az u.n. görbületi drift sebesség meghatározható a következő alakban:

$$\vec{v}_{curv} = -\frac{m_q v_{\parallel}^2}{qB^3} \nabla B \times \vec{B}. \quad (1.44)$$

Ha a homogén mágneses tér mellett a Larmor frekvenciához képest lassan változó elektromos tér is jelen van, akkor alakul ki az u.n. polarizációs drift. Mint láttuk az $\vec{E} \times \vec{B}$ drift sebessége $\vec{v}_{\vec{E} \times \vec{B}} = \frac{\vec{E}(t) \times \vec{B}}{B^2}$, csak most időben változik, hiszen az elektromos tér változik. Ez azt jelenti, hogy a drift sebességnek gyorsulása van, amihez a gyorsító erő

$$\vec{F}_P = m_q \frac{d\vec{v}_{\vec{E} \times \vec{B}}}{dt} = m_q \frac{d\vec{E}}{dt} \times \frac{\vec{B}}{B^2}. \quad (1.45)$$

A polarizációs drift a fentebb vázolt eljárással már megadható, azaz

$$\vec{v}_P = \frac{m_q}{qB^4} \left(\frac{d\vec{E}}{dt} \times \vec{B} \right) \times \vec{B} = -\frac{m_q}{qB^4} \left[\frac{d\vec{E}}{dt} (\vec{B} \cdot \vec{B}) - \vec{B} \left(\vec{B} \cdot \frac{d\vec{E}}{dt} \right) \right] = -\frac{m_q}{qB^2} \frac{d\vec{E}_{\perp}}{dt}. \quad (1.46)$$

1.8. Feladatok

1.8.1. 1. feladat

Ábrázolja λ_D Debye-hossz izovonalakat a log-log $n_e [10^6 - 10^{30}]m^{-3}$ vs. $T_e [0.1 - 10^5]eV$ ábrán. Ezen az ábrán tüntesse fel a tipikus mágneses fúziós reaktor, inerciális fúziós reaktor, napkorona, villámlás, sarki fény és láng pontokat is. Győzze meg magát, hogy ezek valóban plazmák.

1.8.2. 2. feladat

Számolja ki a földgravitációjában és arra merőleges homogén sztatikus mágneses térben egy elektron driftsebességet. A mágneses tér erőssége legyen $3 \cdot 10^{-5}T$ (föld mágneses tere) és $1T$ (fúziós reaktor mágneses tere).

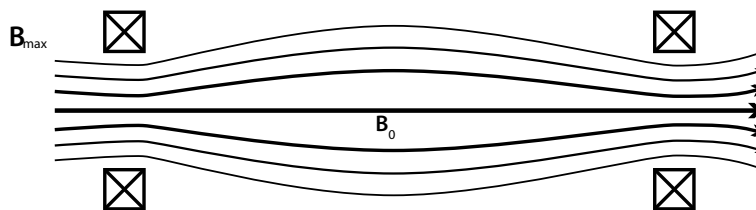
2. fejezet

Kocsis Gábor: Mágneses tér toroidális berendezésekben, mágneses diagnosztikák

2.1. Bevezetés

Plazma kísérletek túlnyomó többségében a kísérletek fő paraméterei a plazmában folyó áramok nagysága, a mágneses és elektromos tér geometriája és nagysága mind a plazma térfogatában mind pedig azon kívül. Ezen paraméterek megbízható mérése elengedhetetlen a megfelelő plazma teljesítmény eléréséhez, valamint a kísérletek eredményeinek értelmezéséhez. Továbbá, ezen makroszkopikus paraméterek ismerete sok esetben információt adhat a plazma olyan mikroszkopikus tulajdonságairól mint az elektron hőmérséklet vagy sűrűség.

Ebből egyenesen következik, hogy a mágneses diagnosztikák alapvetőek egy mágnesesen összetartott plazma kísérlet működtetésénél és a kísérleti eredmények értelmezésénél. Mágneses diagnosztikák által szolgáltatott adatoknak sokféle felhasználása lehet: ezekből határozzuk meg a plazmában folyó áram nagyságát, ezeket használjuk a plazma pozíciójának és alakjának valós idejű szabályozásánál, a plazma termikus energiájának és a plazmát összetartó mágneses tér nagyságának a meghatározásánál. A mágneses diagnosztikák szolgáltatnak adatokat az egyensúlyi számításokhoz, amik megadják a plazma geometriáját és koordináta rendszert szolgáltatnak a különféle diagnosztikák összehasonlíthatóságához. Végül és nem utolsó sorban a mágneses mérések adnak segítséget a magnetohidrodinamikai instabilitások vizsgálatához és ezek feedback kontrolljához. Ez a fejezet [Chen,1984], [Dolan,1982], [Wesson,1997], [Dhaesleer,1991], [Hutchinson,2002] irodalmak alapján készült, ahol részletesebb információk is találhatóak.



2.1. ábra. Lineáris berendezés forró plazma összetartására.

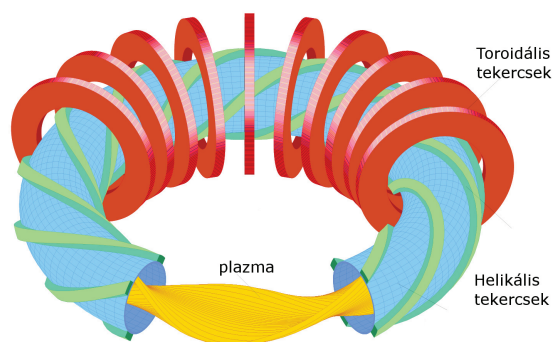
2.2. Mágneses tér toroidális berendezésekben

Mint az előző láttuk fejezetben a fúziós energiatermeléshez körülbelül 100millió K fokra felfűtött plazma szükséges. Mivel a természetben nem létezik olyan anyag, amely kibírna ilyen magas hőmérsékletet, ezért valamilyen módon meg kell akadályozni azt, hogy a plazma a berendezés falához érjen. A plazma pozitív töltésű ionok és negatív töltésű elektronok összessége így kézenfekvő a megoldás, hogy mágneses térrel korlátozzuk a mozgását, ugyanis a töltött részecskék a mágneses erővonalak mentén "feltekeredve" Larmor-mozgást végeznek. Megfelelő mágneses geometriát létrehozva a részecskék végig a mágneses erővonalakon haladnak ezzel összetartva őket. Jóllehet - ütközésmentes esetben - a mágneses tér megakadályozza a részecskék erővonalakra merőleges irányú "megszökését", de a részecskék az erővonalak mentén szabadon mozoghatnak. Ezt megelőzendő a kutatók először lineáris berendezésekkel próbálkoztak, ahol például a berendezés két végén létrehozott inhomogén (növekvő) mágneses tér visszafordította a részecskéket, megakadályozandó az energia és részecskevesztést a plazma térfogatában. Ezt a mágneses teret szolenoid jellegű tekercsekkel hozhatjuk létre, és egy ilyen berendezés mágneses erővonalainak sematikus rajza látható a 2.1 ábrán.

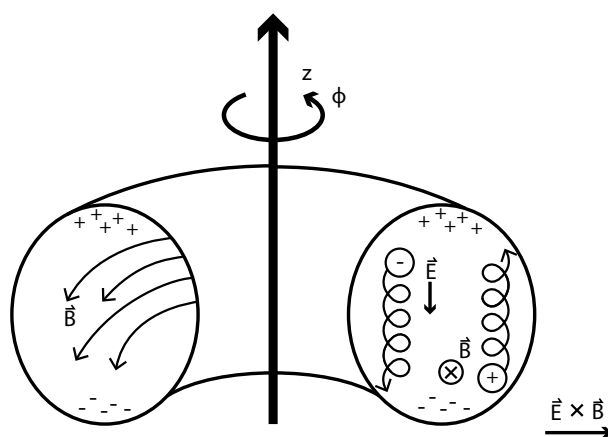
Ebben elrendezésben a töltött részecskék egy része a mágneses tükör jelensége miatt a végeken visszaverődik. Az első kísérletek után kiderült hogy a mágneses tükrök hatásfoka nem elég jó. Nagyon elnagyolva azt lehet állítani, hogy a részecskék mágneses momentumának megmaradása miatt azok a részecskék, amelyeknek az erővonallal párhuzamos és az erre merőleges sebességkomponenseinek az aránya meghalad egy küszöbértéket, azok megszöknek ebből a mágneses csapdából. Ezzel az elrendezéssel tehát magas veszteségek miatt nem lehet a kívánt plazma hőmérsékletet elérni.

A mágneses tükrök problémáján felülemelkedhetünk ha a mágneses erővonalak végei egymásba záródnak, azaz ha a teret létrehozó tekercset gyűrű/tórusz alakban rendezzük el. Ilyen toroidális mágneses teret hoznak létre például a 2.2 ábrán látható piros színű toroidális tekercsek.

Ezzel a megoldással a mágneses tükrökön fellépő veszteségek ugyan megszűntek, azonban a mágneses tér görbülete és gradiense miatt fellépő driftek a töltéseket szétválasztják: a pozitív töltések felfelé a negatív töltések pedig lefelé driftelnek (2.3 ábra). A töltés-



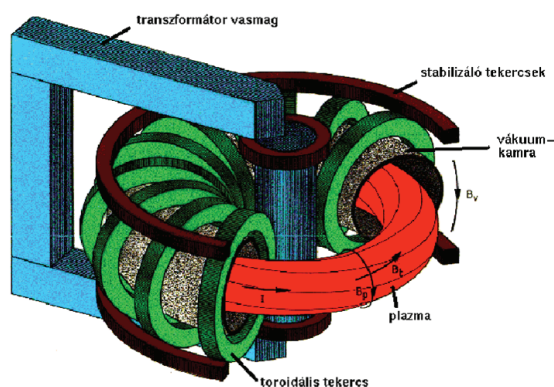
2.2. ábra. A sztellarátor sematikus rajza.



2.3. ábra. $\vec{E} \times \vec{B}$ drift kialakulása toroidális berendezésekben.

szeparáció miatt keletkező elektromos tér a toroidális mágneses térre merőleges, ami egy a plazmából kifelé mutató $\vec{E} \times \vec{B}$ driftet eredményez. Ez a drift a plazma összetartása szempontjából káros, hatása a veszteségeket jelentősen megnöveli, így ezt ki kell küszöbölni. A legegyszerűbb megoldás, ha a toroidális erővonalakat helikálisan megcsavarjuk úgy hogy a toroidális mágneses térhez u.n. poloidális (a definíciókat lásd később, a [2.3.2](#) fejezetnél) komponenst is bevezetünk a rendszerbe. Ezt például helikális tekercsekkel érhetjük el (a zöld színű tekercsek [2.2](#) ábrán). A részecskék az erővonalak mentén szabadon mozoghatnak ezért az erővonalak helikális tekeredése miatt részecskék a tórusz külső és belső oldalán is tartózkodnak. Mivel a belső oldalon az $\vec{E} \times \vec{B}$ a plazma közepe felé mutat, ezért ez nagyjából kiegyenlíti a külső oldalon történő a plazmából kifelé tartó driftet.

Az első helikális mágneses térrel rendelkező berendezések az úgynevezett sztellarátorok voltak amelyekben a helikálisan tekeredő erővonalakat mágneses tekercsekkel hozták



2.4. ábra. A tokamak sematikus rajza.

létre 2.2 ábrán látható módon. Ennek a berendezésnek a hátránya, hogy egy ilyen berendezésben a mágneses tér - és ennek következményeként a plazma - geometriája nem axiál-szimmetrikus, hanem bonyolult geometriát mutat.

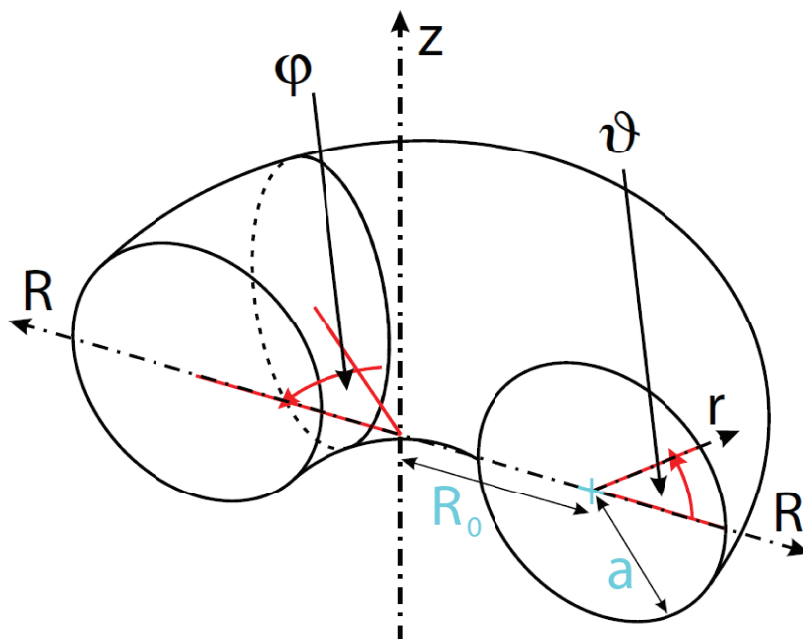
A tokamak típusú berendezésben a helikális mágneses erővonalakat a toroidális tekercsekkel és a plazmában hajtott árammal hozzák létre. A tokamakok mágneses konfigurációja a 2.4 ábrán látható. A tokamakokban a helikális térszerkezetet tehát a plazmagyűrűben folyó árammal állítják elő, amit egyszerűen egy transzformátorral indukálunk. Ez az axiál-szimmetriával rendelkező - emiatt a sztellarátoroknál lényegesen egyszerűbb geometriájú - berendezés váratlanul jó részecske-, és energia összetartást mutatott, így a kutatások főként ebben az irányban indultak el a múlt század 60-as éveiben.

2.3. Axiál-szimmetrikus mágneses tér

Mivel a jegyzetben toroidális - axiál-szimmetrikus - berendezésekben levő plazmákkal foglalkozunk ebben a fejezetben összefoglaljuk az axiál-szimmetrikus mágneses struktúrákkal kapcsolatos legfontosabb tudnivalókat.

2.3.1. Mágneses felületek

Mágneses felületnek nevezzük azokat a felületeket, amelyeket mágneses erővonalak sokasága hoz létre. A mágneses felületek mindig zártak és szokás ezeket fluxusfelületeknek is nevezni. Tokamakokban és sztellarátorokban lesznek olyan mágneses felületek, amik a vákuumban záródnak - ezeket rossz szokás szerint szokták zárt felületeknek nevezni - és lesznek olyanok amik a plazmát határoló fém elemekben záródnak. Toroidális rendszerekben a fluxus felület az a felület, amelyet nem záródó mágneses erővonalak ergodikusan lefednek. Ezek között a felületek között találhatóunk olyanokat, amelyeken lesznek olyan



2.5. ábra. Toroidális rendszerekben használatos koordináták definíciói.

erővonalak, melyek a toroidális berendezést egyszer vagy többször körbejárva önmagukba záródnak. Ezeket a felületeket racionális mágneses felületeknek nevezzük, és értelemszerűen a nem ilyeneket irracionális felületeknek. Mivel a mágneses erővonalak definíció szerint mindenütt a mágneses felületekben fekszenek a mágneses fluxus a felületen belül és kívül megmaradó mennyiség.

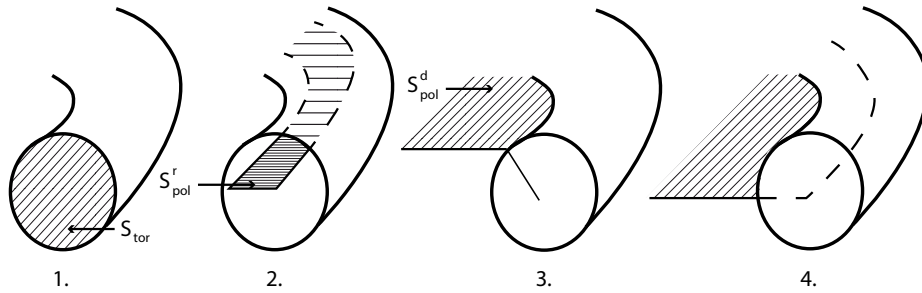
2.3.2. A toroidális fúziós berendezésekben használt koordináta rendszerek

A axiál-szimmetrikus rendszerekben használt koordináták és irányok: R - nagysugár, r - kistsugár, ϑ - poloidális szög, φ - toroidális szög, z - vertikális koordináta.

Általában kétféle koordináta rendszert szokás használni:

- Henger koordináták: R, z, φ
- Toroidális koordináták: r, φ, ϑ .

A mágneses tér különböző komponensei: radiális komponens: B_R , vertikális komponens: B_z , toroidális komponens: B_φ , poloidális komponens: B_ϑ .



2.6. ábra. Fluxusok definíciói.

2.3.3. Mágneses fluxus definíciók, fluxus koordináták

Mint a későbbiekben látni fogjuk a mágneses felületeket célszerű mágneses fluxusokkal "címkézni", ezért most bevezetjük a leggyakrabban használatos fluxusokat. Ezek összefoglalóan a 2.6 ábrán láthatóak. A toroidális fluxus (2.6 (a) ábra) a toroidális irányra merőleges, az adott mágneses felület által körbezárt felületen (S_{TOR} vett mágneses fluxus, azaz

$$\Psi_{TOR} = \int_{S_{TOR}} \vec{B} d\vec{S}. \quad (2.1)$$

A poloidális szalag fluxus - a továbbiakban poloidális fluxus - a 2.6 (b) ábrán látható poloidális szalagra (S_{POL}^r) vett fluxus, azaz

$$\Psi_{POL} \equiv \Psi_{POL}^r = \int_{S_{POL}^r} \vec{B} d\vec{S}. \quad (2.2)$$

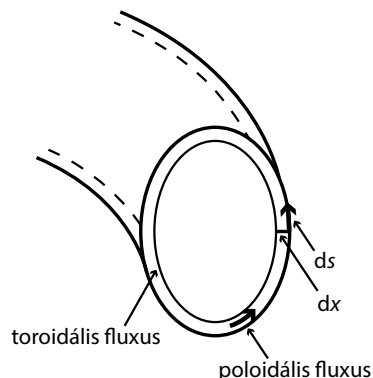
Hasonló módon a poloidális diszk fluxus - a 2.6 (c) ábra alapján

$$\Psi_{POL}^d = \int_{S_{POL}^d} \vec{B} d\vec{S}. \quad (2.3)$$

A 2.6 (b) és (d) ábrák alapján megállapítható hogy a szalag és a diszk poloidális fluxusok egymás komplementerei (a rendszerben levő összes poloidális fluxusra nézve).

Valójában mindegy, hogy milyen fluxust használunk a mágneses felületek címkézésére, ezért kényelmi okokból tokamakok esetén a poloidális fluxus szokták használni. Ennek az oka, hogy a q biztonsági tényező - ami azt mutatja, hogy egy adott erővonalnak mekkora $\Delta\varphi$ toroidális szöveget kell bejárnia ahhoz, hogy poloidálisan egyszer körbetekeredjék - a toroidális fluxus poloidális fluxus szerinti deriváltja, vagyis a poloidális fluxus viselkedik a független változóként. Ezt az összefüggést a következő egyszerű gondolatmenettel kaphatjuk meg. A 2.7 ábra alapján

$$q = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \oint \frac{1}{R} \frac{B_\varphi}{B_\theta} ds, \quad (2.4)$$



2.7. ábra. Segédábra: két infinitezimálisan közel levő, egymásba ágyazott toroidális mágneses felület.

ahol felhasználtuk, hogy az erővonal az $\frac{Rd\varphi}{ds} = \frac{B_\varphi}{B_\theta}$ egyenlettel írható le. Mivel a két egymástól infinitezimális távolságra levő, egymásba ágyazott mágneses felület esetén (2.7 ábra) könnyen belátható, hogy $d\Psi_{POL} = 2\pi R B_\theta dx$ és $d\Psi_{TOR} = \oint B_\varphi dx ds$, amiket a fenti képletbe helyettesítve kapjuk, hogy

$$q = \frac{d\Psi_{TOR}}{d\Psi_{POL}}. \quad (2.5)$$

A sztellarátoroknál használatos ι rotációs transzformáció q -nak a reciproka

$$\iota = \frac{1}{q} = \frac{d\Psi_{POL}}{d\Psi_{TOR}}, \quad (2.6)$$

így nem meglepő, hogy a sztellarátoroknál inkább a toroidális fluxus a használatos mennyiség.

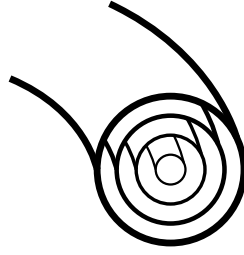
2.3.4. Fluxus függvények

Ha a mágneses tér - és ezáltal plazma egyensúlyi - geometriája axiál-szimmetrikus, azaz független a toroidális szögtől, a mágneses erővonalak egymásba ágyazott mágneses felületeket írnak le (2.8 ábra). Ha a plazmát egyfolyadék modellel írjuk le (ideális magneto-hidrodinamika - MHD) akkor a mozgásegyenlet a következő alakban írható

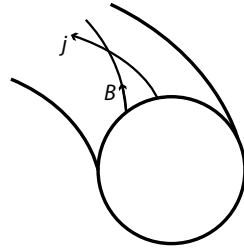
$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{j} \times \vec{B} - \vec{\nabla} p, \quad (2.7)$$

ahol v és ρ a plazma sebesség és sűrűség eloszlása, p a plazma nyomása és \vec{j} a plazmában folyó áram sűrűség eloszlása. Sztatikus egyensúlyi esetben az időderivált eltűnik, így

$$0 = \vec{j} \times \vec{B} - \vec{\nabla} p. \quad (2.8)$$



2.8. ábra. Egymásba ágyazott mágneses felületek.



2.9. ábra. Áram vonalak és mágneses erővonalak a mágneses felületen.

A (2.8) egyenlet mindkét oldalát \vec{B} illetve \vec{j} vektorokkal megszorozva kaphatjuk, hogy

$$\vec{B}(\vec{j} \times \vec{B} - \vec{\nabla}p) = 0 \Rightarrow \vec{B}\vec{\nabla}p = 0, \quad (2.9)$$

$$\vec{j}(\vec{j} \times \vec{B} - \vec{\nabla}p) = 0 \Rightarrow \vec{j}\vec{\nabla}p = 0. \quad (2.10)$$

Ez azt jelenti, hogy plazma nyomásgradiense eltűnik az erővonalak mentén, azaz a plazma nyomása állandó egy adott mágneses felületen, illetve, hogy az áramvonalak is a mágneses felületeken fekszenek. Azt is megállapíthatjuk, hogy a poloidális fluxus definíció szerint állandó egy mágneses felületen, azaz

$$\vec{B}\vec{\nabla}\Psi_{POL} = 0. \quad (2.11)$$

A poloidális fluxus megfelelő normálásával (egységnyi toroidális szögre vett poloidális fluxust használunk, azaz a valódi fluxus ennek a 2π szerese) axiál-szimmetrikus rendszerben a mágneses tér radiális és vertikális komponensét megadhatjuk, mint a poloidális fluxus függvényét a

$$B_R = -\frac{1}{R} \frac{\partial \Psi_{POL}}{\partial z}, \quad (2.12)$$

$$B_z = -\frac{1}{R} \frac{\partial \Psi_{POL}}{\partial R} \quad (2.13)$$

alakokban, mely kielégíti, hogy a mágneses tér divergencia mentes

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \quad (2.14)$$

azaz

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (RB_R) + \frac{\partial B_z}{\partial z} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0. \quad (2.15)$$

A (2.9) és (2.10) egyenleteket összevetve látható egy szimmetria \vec{j} és \vec{B} között, ezért feltehetjük, hogy az f áram sűrűség fluxus függvény szintén létezik, azaz a radiális és vertikális komponens megadható a

$$j_R = -\frac{1}{R} \frac{\partial f}{\partial z}, \quad (2.16)$$

$$j_z = \frac{1}{R} \frac{\partial f}{\partial R} \quad (2.17)$$

alakban. A $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$ Ampere törvény felhasználásával, valamint kihasználva, hogy mennyiségeink nem függenek a toroidális szögtől

$$j_R = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial B_\varphi}{\partial z}, \quad (2.18)$$

$$j_z = -\frac{1}{\mu_0} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (RB_\varphi) \quad (2.19)$$

azaz

$$f = \frac{RB_\varphi}{\mu_0}. \quad (2.20)$$

Ha az (2.10) egyenletbe behelyettesítjük (2.18) és (2.19) kifejezéseket, akkor

$$\frac{\partial f}{\partial R} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\partial f}{\partial z} \frac{\partial p}{\partial R} = 0 \quad (2.21)$$

egyenlet adódik, amit vektor alakba írva az

$$\vec{\nabla} f \times \vec{\nabla} p = 0 \quad (2.22)$$

egyenletet kapjuk f -re, amiből levonható az a következtetés, hogy f az a plazma nyomás függvénye. Mivel már megmutattuk, hogy a p nyomás az poloidális fluxus függvénye ($p \equiv p(\Psi_{POL})$) megállapíthatjuk, hogy ez igaz f -re is, azaz $f \equiv f(\Psi_{POL})$.

Ezek után már könnyen levezethető, hogy a mágneses tér toroidális és poloidális komponense megadható az f és Ψ_{POL} fluxusfüggvényekkel a

$$B_\varphi = \frac{\mu_0 f}{R}, B_\theta = \frac{1}{R} | \vec{\nabla} \Psi_{POL} |, \quad (2.23)$$

alakban, illetve vektor alakban is megadhatjuk az axiál-szimmetrikus mágneses tér általános alakját

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 f}{R} \vec{\varphi} + \frac{1}{R} \vec{\nabla} \Psi_{POL} \times \vec{\varphi}, \quad (2.24)$$

ahol $\vec{\varphi}$ a toroidális irányú egységvektor (a szimmetria iránya). Ezt a kifejezést helyettesítsük be az Ampere törvénybe ($rot(\vec{B}) = \mu_0 \vec{j}$) és vegyük a kapott egyenlet poloidális komponensét

$$\vec{\nabla} f \times \vec{\varphi} = R \vec{j}_{POL}, \quad (2.25)$$

Vákuumban a poloidális áram az nulla, ezért a fenti kifejezésből az adódik, hogy $f = \frac{RB_\varphi}{\mu_0} = konstans$, azaz $B_\varphi \sim \frac{1}{R}$. Vagyis mágneses tér toroidális komponense a plazmán kívül független a plazmában folyó áram sűrűségtől és $1/R$ -rel skálázódik, ezért elég egy helyen meghatározni, megmérni. Látható hogy a toroidális - axiál-szimmetrikus - berendezések esetén szokás a tórusz belső oldalát a magas terű oldalnak - High Field Side, HFS -, a külső oldalát alacsony terű oldalnak - Low Field Side, LFS - nevezni. A plazmában B_φ csak poloidális áram sűrűségtől függ. Ezért egy diamágneses hurok (lásd később) segítségével meg lehet határozni.

Itt érdemes megemlíteni a mágneses tér $1/R$ -s változásának egy fontos következményét: nem minden részecske fog az erővonalak mentén szabadon mozogni. Ha egy részecskét a LFS-n egy erővonal mentén elindítunk, akkor - a fenti $1/R$ -es függés miatt - a HFS felé haladva egyre nagyobb teret fog érezni. Ez egy klasszikus mágneses tükör elrendezés, azaz ha részecske erővonallal párhuzamos sebessége egy küszöbérték alatt van, akkor vissza fog verődni. Ily módon ez a részecske a mágneses csapdába kerül, a mágneses tükör két vége között fog oszcillálni. Ha az általa leírt pályát egy toroidális keresztmetszetre vetítjük, akkor egy banán alakú, az LFS-n található pályát kapunk.

2.3.5. Grad-Shafranov egyenlet

Az Ampere törvény toroidális komponense a

$$R \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial \Psi_{POL}}{\partial z} \right) + \frac{\partial^2 \Psi_{POL}}{\partial z^2} = -\mu_0 R j_{TOR} \quad (2.26)$$

egyenletet adja. A j_{TOR} toroidális áramot az (2.8) egyensúlyi mozgásegyenletből kifejezve az úgy nevezett Grad-Shafranov egyenletet kapjuk

$$R \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial \Psi_{POL}}{\partial z} \right) + \frac{\partial^2 \Psi_{POL}}{\partial z^2} = -\mu_0 R^2 p'(\Psi_{POL}) - \mu_0^2 f(\Psi_{POL}) f'(\Psi_{POL}) \quad (2.27)$$

ahol ' a poloidális fluxus szerinti deriválást jelöli. A Grad-Shafranov egyenlet egy axiál-szimmetrikus rendszer egyensúlyát írja le egy a poloidális fluxusra felírt differenciál egyenlet formájában. Érdemes megjegyezni, hogy ebben az egyenletben a $p(\Psi_{POL})$ és $f(\Psi_{POL})$

függvények is megjelennek. Ennek az egyenletnek a numerikus megoldásával kaphatjuk meg az aktuális rendszerünk egyensúlyi mágneses geometriáját, ha tudjuk megfelelő peremfeltételeket is. Ezeket a mágneses diagnosztikák méréseiből határozhatjuk meg.

2.3.6. Béta

Ha (2.8) egyensúlyi mozgásegyenletbe behelyettesítjük az Ampere törvényből kifejezett áramsűrűséget, akkor a nyomás gradiensére a

$$\vec{\nabla}p = \vec{j} \times \vec{B} = \frac{1}{\mu_0} \text{rot}(\vec{B}) \times \vec{B} = \frac{1}{\mu_0} \left[(\vec{B}\vec{\nabla})\vec{B} - \frac{1}{2}\vec{\nabla}B^2 \right] \quad (2.28)$$

kifejezést kapjuk. Ha a nyomás jellegű tagokat a baloldalra rendezzük, akkor a

$$\vec{\nabla} \left[p + \frac{B^2}{2\mu_0} \right] = \frac{1}{\mu_0} (\vec{B}\vec{\nabla})\vec{B} \quad (2.29)$$

egyenletre jutunk. Sok esetben a mágneses tér nem, vagy csak nagyon lassan változik a mágneses erővonalak mentén, ezért a jobb oldali kifejezés értéke nulla, illetve egy nagyon kis érték, tehát kijelenthetjük, hogy

$$p + \frac{B^2}{2\mu_0} = \textit{konstans}. \quad (2.30)$$

Arra jutottunk tehát, hogy a plazma nyomásának és a mágneses nyomásnak az összege az egy megmaradó mennyiség. Ha a plazma nyomásgradienssel rendelkezik, akkor ez alapján megállapíthatjuk, hogy ahol a plazma nyomása nagy ott a mágneses nyomás az kicsi és vice versa. Kis béták esetén ez annak köszönhető, hogy a nyomásgradienssel rendelkező plazmában olyan diamágneses áramok keltődnek, amelyek csökkentik a külső mágneses tér nagyságát. A diamágneses effektus nagyságát a részecske nyomás és a mágneses nyomás arányával jellemezhetjük, amit bétának nevezünk:

$$\beta = \frac{p}{B^2/2\mu_0} \quad (2.31)$$

Valós toroidális plazma kísérletekben a $\beta \ll 1$, tipikusan néhány század, tehát a diamágneses effektus az kicsi.

A gyakorlat számos különböző béta definíciót hívott életre, általában a nyomást a plazma teljes térfogatára vagy egy poloidális keresztmetszetre átlagoljuk. A mágneses diagnosztikáknál látni fogjuk, hogy egy a kissugarú axiál-szimmetrikus plazmára a poloidális β

$$\beta_{\vartheta} = \frac{2\mu_0 \langle p \rangle}{B_{\vartheta}^2(r=a)}, \quad (2.32)$$

ahol $B_\vartheta(r = a)$ a mágneses tér poloidális komponense az $r=a$ kissugáron, a

$$\langle p \rangle = \frac{\int p dV}{\int dV} = \frac{W_{TH}}{V}, \text{ ill. } \langle p \rangle = \frac{\int p dA}{\int dA} \quad (2.33)$$

ahol a V a plazma térfogatát jelöli.

Axiál-szimmetrikus esetben ha az (2.28) egyensúlyi egyenlet radiális komponensét

$$0 = (-\vec{\nabla}p + \vec{j} \times \vec{B}) \cdot \vec{r} = \left[\frac{dp}{dr} + \frac{dB_\varphi}{dr} \frac{B_\varphi}{\mu_0} + \frac{1}{r} \frac{d(rB_\vartheta)}{dr} \frac{B_\vartheta}{\mu_0} \right] \quad (2.34)$$

megszorozzuk r^2 -tel és kiintegráljuk 0-tól a -ig akkor a

$$\beta_\vartheta = \frac{2\mu_0 \langle p \rangle}{B_\vartheta^2(r = a)} = 1 + \frac{B_\varphi^2(r = a) - \langle B_\varphi^2 \rangle}{B_\vartheta^2(r = a)} \quad (2.35)$$

kifejezést kapjuk ($p(r = a) = 0$ -t feltételezve). Mivel egy tokamak esetén a plazma poloidális keresztmetszetében a toroidális mágneses tér alig változik (vagy más szavakkal a $\beta_\varphi \ll 1$) és $B_\vartheta \ll B_\varphi$ szintén érvényes β_ϑ -ra, így a

$$\beta_\vartheta \approx 1 + \frac{2B_\varphi(r = a) (B_\varphi(r = a) - \langle B_\varphi \rangle)}{B_\vartheta^2(r = a)} \quad (2.36)$$

közelítő formula adódik. Ebből látható, hogy amennyiben ismerjük a mágneses tér toroidális és poloidális komponensét a kissugáron ($r=a$) és megmérjük toroidális fluxust, akkor a plazma termikus energiája kiszámolható.

2.4. Mágneses tér mérése

A mágneses teret többek között három alapvető módon mérhetjük: tekercsekkel, Hall szondákkal és a Faraday effektus felhasználásával. Mivel ezek az eszközök jól ismertek, ezért ebben a fejezetben csak röviden foglaljuk össze ezt a három eljárást.

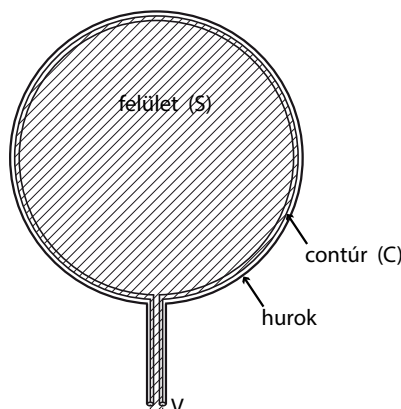
2.4.1. A tekercs

Ha egy hurkot változó mágneses térbe helyezünk (2.10 ábra), akkor a

$$\text{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.37)$$

Maxwell egyenletet a hurok S felületére integrálva

$$\oint_C \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{s} \quad (2.38)$$



2.10. ábra. Egy tekercs hurok mágneses térben.

kapjuk a hurkon mérhető feszültséget

$$\int_{coil} \vec{E} d\vec{l} + \int_{end} \vec{E} d\vec{l} = 0 + V = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{s} \quad (2.39)$$

$$V = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{s} = - \frac{d\Psi}{dt}, \quad (2.40)$$

ami egyenlő a hurok által körbevett mágneses fluxus (Ψ időderiváltjával. Természetesen egy A felületű, N menetszámú tekercs és homogén mágneses tér esetén

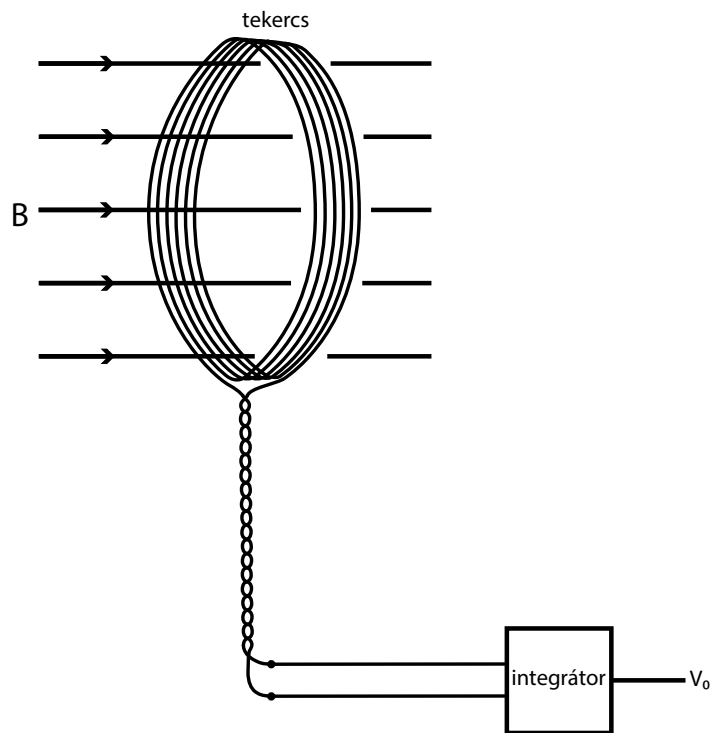
$$V = -NA \frac{dB}{dt} \quad (2.41)$$

a kapott feszültség arányos a mágneses tér időderiváltjával. Ebből rögtön megállapíthatjuk, hogy a tekercsekkel való mágneses tér mérés nagy hátránya, hogy a tér változását méri. Ezt úgy oldhatjuk fel, hogy a tekercs jelét egy RC integrátor körbe vezetjük (2.11 ábra), aminek a kimenetén már mágneses térrel illetve a fluxussal arányos feszültséget mérhetünk:

$$V_0 = - \frac{NAB}{RC} = - \frac{N}{RC} \Psi. \quad (2.42)$$

2.4.2. Hall szonda

Amennyiben a 2.12 ábrának megfelelően egy félvezető hasábot mágneses térbe helyezünk és egy j áramot hajtunk rajta keresztül, akkor az áramló pozitív és negatív töltéshordozókat a rájuk ható Lorentz erő mind a mágneses térre mind az áram irányára merőlegesen,



2.11. ábra. Sokmenetes tekercs és a hozzá kapcsolt integrátor.

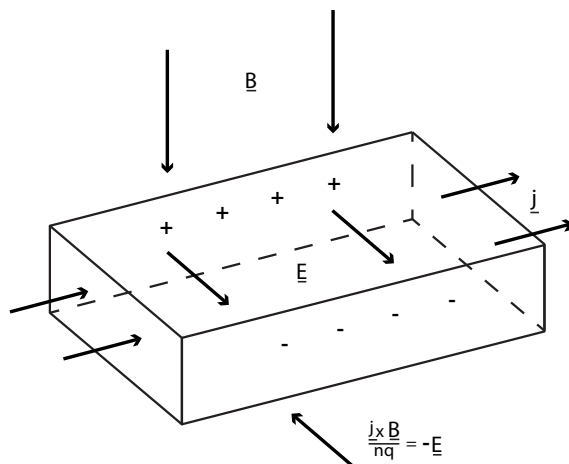
de ellentétes irányban eltéríti. Ily módon a félvezető hasáb két ellentétes felületén töltések halmozódnak fel létrehozva egy elektromos teret, ami ellensúlyozza a Lorentz erő hatását. Ezt az elektromos teret elektródákkal detektálhatjuk és a kapott feszültség arányos lesz a mágneses tér erősségével.

2.4.3. Faraday effektus

Mágneses tér mérésére használhatjuk a Faraday effektus - közegben terjedő síkhullám polarizációját a longitudinális mágneses tér elforgatja - is. Ezt például száloptikában terjedő síkhullámokkal szokták megvalósítani, azonban a felmerülő számos praktikus probléma (pl. a szálak gyártása okozta nem ideális optikai tulajdonságok) miatt ez a módszer nem terjedt el.

2.5. Mágneses diagnosztikák

A plazma körül elhelyezett mágneses diagnosztikákkal nehéz a plazma belsejének tulajdonságait meghatározni, de olyan globális paramétereket, mint például a plazma áram



2.12. ábra. Hall szonda működési elve.

pontos, megmérhetjük velük. Ezeket vesszük most sorjában végig.

A Rogowski tekercs egy a tórusz körül meghajított szolenoid, ahol a vezeték végét visszahozzuk a szolenoid közepén (2.13 ábra). Erre azért van szükség, hogy csak a poloidális fluxust mérjük. Egy egységnyi hosszon n menetszámmal és menetenként A felülettel rendelkező Rogowski tekercs két pólusa között keletkező V feszültség

$$V = -\frac{d\Psi}{dt} = \frac{d}{dt} n \oint_1 \int dA \vec{B} d\vec{l}, \quad (2.43)$$

alakban adható meg, ahol vegyük észre, hogy a

$$\oint_1 \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I_P \quad (2.44)$$

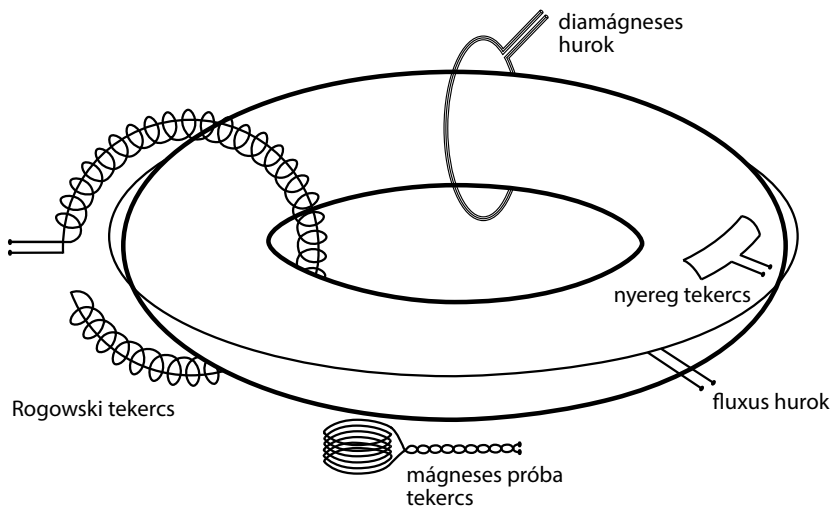
körintegrál arányos a tekercs közepén átfolyó teljes I_P plazma árammal, azaz

$$V = -\frac{d\Psi}{dt} = -nA\mu_0 \frac{dI_P}{dt}. \quad (2.45)$$

A tekercsen mért feszültséget felintegrálva a plazma áramot kaphatjuk

$$I_P(t) = -\frac{1}{nA\mu_0} \int_{t_0}^t V(t') dt'. \quad (2.46)$$

A Rogowski tekercset más geometriában installálva a tórusz körül más irányú plazma áramokat is mérhetünk.



2.13. ábra. Alap mágneses diagnosztikák.

A fluxus hurok, amely a tóruszra toroidális irányban fektetett hurok, a plazma áramot keltő fluxus időderiváltját méri. Ez definíció szerint megegyezik a keltett U_{LOOP} hurokfeszültséggel, így az E_{TOR} toroidális elektromos tér, ami a töltött részecskéket gyorsítja - azaz a plazma áramot áramot kelti -, megadható a $E_{TOR} = U_{LOOP}/2\pi R$ alakban.

Azáltal hogy a plazmában a primer tekercs segítségével áramot keltünk, a plazmát fűtjük is. Ezt a fűtést P_{OH} ohmikus fűtésnek nevezzük, amely a plazma áram és a hurokfeszültség ismeretében $P_{OH} = I_P U_{LOOP}$ alakban adható meg. Ezen mennyiségek segítségével a plazma ellenállása $R_P = U_{LOOP}/I_P$ illetve vezetőképessége $\sigma = I_P/U_{LOOP}$ is kiszámolható. A plazma ellenállása/vezetőképessége főként az elektronok hőmérsékletétől függ, ezért a plazma átlagolt T_e elektron hőmérséklete is kiszámolható. Például egy teljesen ionizált plazma esetén a plazma vezetőképességét a Spitzer formulával adhatjuk meg:

$$\sigma = 1.9 \times 10^4 \frac{T_e^{3/2}}{Z_{eff} \ln \Lambda}, \quad (2.47)$$

ahol T_e eV-ban van megadva, Z_{eff} az effektív töltés, $\ln \Lambda$ a Coulomb logaritmus, ami gyengén függ a plazma sűrűségétől és 17-nek szokás tekinteni.

Fluxus vagy diamágneses huroknak nevezzük a plazma körül poloidális irányban végigfutó tekercset. A fluxus hurok a poloidális irányú hurokfeszültséget méri illetve egy integrátort használva megkaphatjuk a teljes toroidális fluxust. Így a (2.36) közelítést használva a plazma energiatartalma is meghatározható, ha még megmérjük a mágneses tér poloidális és toroidális komponensét a plazma szélén.

Ezt tehetjük meg kis mágneses próbákkal, amik a mágneses tér egy-egy komponensét mérik. Ezek lehetnek kis szolenoidok, vagy nyomtatott áramkör tekercsek. Ezeknek

azt a válfaját, amelyek a mágneses tér poloidális komponensét mérik nevezzük Mirnov tekercseknek. A tekercsek egy részét igyekeznek minél közelebb elhelyezni a plazmához, hogy a vákuum edény falában keletkező örvényáramok hatását minimalizálják. Ha a mágneses tér ω frekvenciájú fluktuációkat mutat, akkor - mivel a tekercsekben keletkező feszültség arányos a mágneses tés időderiváltjával - a mért feszültség arányos a mágneses tér és a frekvencia szorzatával ($V \propto dB/dt \propto \omega B$). Ennek az a következménye, hogy a nagyfrekvenciájú komponensek nagyobb súllyal jelennek meg. Ez ad arra lehetőséget, hogy a plazma nagyfrekvenciájú magnetohidrodinamikai instabilitását vizsgáljuk.

Még egy tekercs típust érdemes itt megemlíteni, az u.n. nyereg tekercset (saddle loop). A nyereg tekercs egy egyszerű hurok, amit valamilyen módon ráfektetünk a vákuum edény falára, vagy más mechanikai struktúrára. Az elhelyezését általában a lehetséges geometria határozza meg. Ezeket a tekercset főleg az egyensúlyi rekonstrukcióhoz, illetve a plazma pozíciójának a meghatározásához használják.

Összefoglalóan tehát azt mondhatjuk, hogy a mágneses diagnosztikákkal - egyszerűségük ellenére - a plazma számos paraméterét meghatározhatjuk, a plazma áramtól kezdve a plazmában tárolt energiáig.

2.6. Feladatok

2.6.1. 1. feladat

Egy tokamak nagysugara 1.75m, kissugara 0.5m. Számolja ki, hogy mekkora a toroidális tér aránya a plazma legbelső és legkülső részén)!

3. fejezet

Dunai Dániel: Hullámok plazmákban

4. fejezet

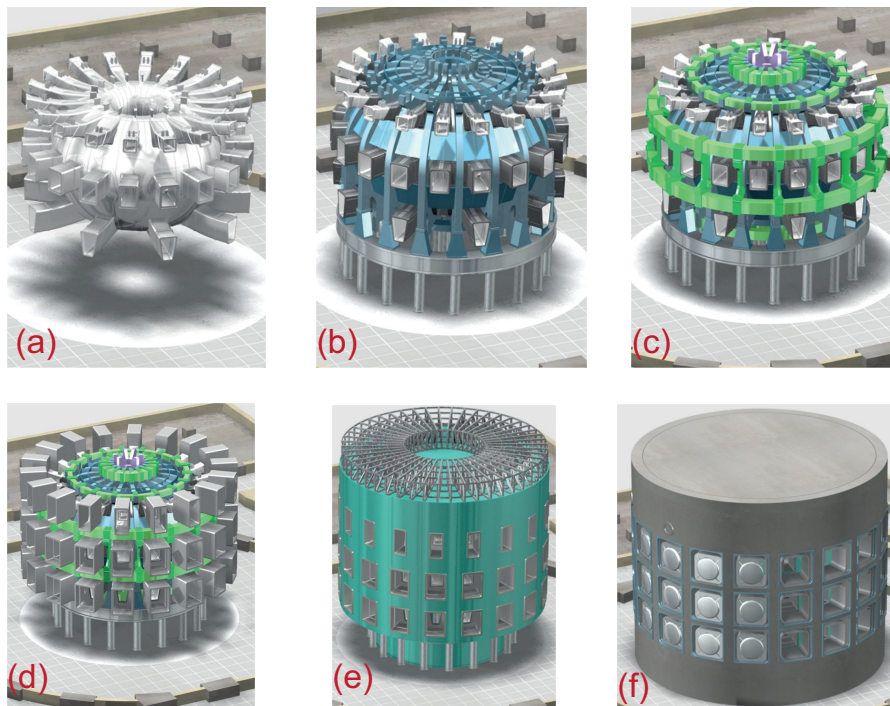
Kocsis Gábor: Hogyan keltsünk plazmát?

4.1. Egy tipikus toroidális berendezés felépítése

Az előző fejezetekben láthattuk, hogy a jelen és a jövő fúziós kísérleti berendezéseiben toroidális geometriájú mágneses térrel tartják össze a plazmát. Ebben a fejezetben összefoglaljuk, hogy hogyan is épülnek fel ezek a berendezések, melyek a fő építőelemek, amiket szemléltetni a most épülő ITER nevű berendezéssel fogunk (4.1 ábra). Ez a fejezet a [Chen,1984], [Dolan,1982], [Wesson,1997], [ITER web] irodalmak alapján készült, ahol részletesebb információk is találhatóak.

A plazmát nagy vákuum előállítására képes toroidális alakú, minél több megfigyelő nyílással (u.n. portok) ellátott vákuum edényben állítjuk elő (4.1 (a) ábra). Mivel a plazma hőmérséklete 10-100 millió K, az ilyen plazmát összetartó mágneses tér okozta reális mechanikai terhelések mellett a plazma sűrűség megengedhető maximális értéke valahol a légköri sűrűség 10^{-5} része körül van. Mivel tiszta hidrogén plazmára van szükség, ezért a plazma előállítása előtt a vákuumkamrában a légköri nyomásnál sokkal kisebb értékre kell a légnyomást csökkenteni. Ez kb. 10^{-7} mbar), ezt az értéket csak kétlépcsős vákuumrendszer és speciális kamratisztítási eljárásokkal lehet előállítani. Jellemzően elő-vákuum szivattyúkat (melyek általában turbó-molekuláris szivattyúk) kombinálnak kriogén szivattyúkkal (ahol a gáz részecskéi a folyékony héliummal hűtött felületeken kondenzálódnak). A jó vákuum előállítása időigényes, egy nagyobb berendezésnél hetekig is tarthatnak a különböző vákuum kondicionáló eljárások (pl. a vákuum kamra falának felfűtése akár több száz Celsius fokra vagy/és a különböző alacsony hőmérsékletű tisztító kisülések). A vákuum kamra általában nem mágnesezhető rozsdamentes acélból készül.

A mágneses teret a mai berendezések többségében réz tekercsekkel állítják elő, amelyeket a vákuum kamrán kívül helyeznek el. A mágneses indukció értéke tipikusan 1-5 Tesla, amelyhez a tekercsekben olyan nagy áramra van szükség, hogy egy nagyobb to-



4.1. ábra. Az ITER felépítése: (a): vákuumkamra, (b)(c): ITER szupravezető tekercsek: 18 toroidális tekercs, 6 poloidális tekercs, centrális szolenoid, (d): felső, középső és alsó portok, (e): kriosztát, (f): biológiai pajzs. [ITER web]

kamaknál ez akár több 10-100 MW disszipált teljesítményt is jelentene, ami miatt a tekercseket csak néhány tíz másodpercig lehet működtetni. Hogy többek között ezt a problémát elkerüljük az ITER szupravezető tekercsekkel ellátott berendezés lesz (4.1 (b) és (c) ábra) A tekercseket Nb₃Sn, illetve NbTi szupravezetőből készítik, réz stabilizálással, a nagy mechanikai igénybevételnek kitett toroidális és poloidális tekercseket rozsdamentes acél huzallal is megerősítve. Mintegy ezer vékony, 0,7 mm átmérőjű huzalt sodornak össze, a sodratot behúzzák egy 4 cm átmérőjű acél csőbe, amelyben a szükséges hűtést szivattyúval keringetett folyékony hélium biztosítja. Ebből a csőbe húzott, működés közben -270 Celsius fokra lehűtött kötegből készítik a tekercseket. Az ITER-ben alkalmazandó 18 toroidális tekercs egyenként 290 t tömegű lesz, magasságuk 14 m, átmérőjük 9 m, térerejük 11,8 T. Emellett 6 kisebb, úgynevezett poloidális és számos korrekciós tekercs alakítja majd ki a szükséges mágneses teret. Ezekre azért van szükség, hogy különböző geometriájú (elnyújtottabb vagy háromszögesebb) mágneses teret lehessen kialakítani, és hogy a plazmát lehessen pozicionálni a plazmát határoló elemekhez. A tórusz tengelyében álló központi szolenoid hat egymás fölötti tekercsből lesz majd összeállítva, átmérője 4 m, teljes magassága 12 m, teljes tömege 840 t lesz. Ennek a segítségével

lehet a plazmában áramot kelteni, így létrehozva a helikális mágneses struktúrához szükséges poloidális teret. A mágneses tekercsek tervezésének egyik fontos szempontja, hogy ellenálljanak a mágneses tér és a tekercsben folyó áramok kölcsönhatásából eredő óriási erőknek, tehát megfelelő mechanikai tartószerkezettel kell rendelkezniük.

A vákuum kamrán kívül elhelyezett tekercsek között általában nem mágnesezhető rozsdamentes acélból készült csövek/portok teszik lehetővé, hogy a vákuumkamra falában elhelyezett megfigyelő nyílásokhoz hozzáférjünk (4.1 (d) ábra). Ezek a portok lehetnek vákuum alatt a vákuumkamrával közös teret alkotva. Így a vákuum-levegő interface a port cső külső végén található. Sokszor használt megoldás az is, amikor a vákuumot a port vákuum kamra felőli részén zárjuk le, például egy megfelelően vákuum szigetelt megfigyelő ablakkal. Ebben az esetben a port csöve atmoszferikus nyomáson van, ami a diagnosztikai rendszerek építését és használatát nagyban megkönnyítheti.

A szupravezető tekercsekkel ellátott berendezések, mint az ITER, része egy másik vákuum kamra is. (4.1 (e) ábra). A -270 Celsius fokra lehűtött tekercsüket a nem hűtött környezetüktől el kell szigetelni, különben felmelegedve elveszítik szupravezető képességüket. Ezt legkönnyebben úgy tehetjük meg, hogy a tekercsüket egy a plazma vákuum kamra körül elhelyezkedő második a vákuum kamrába az u.n. kriosztátba foglaljuk, melynek része a vákuum kamrát védő u.n. thermal shield is. A kriosztátot természetesen átszelik a port csövek, azzal nem alkotva egy légteret.

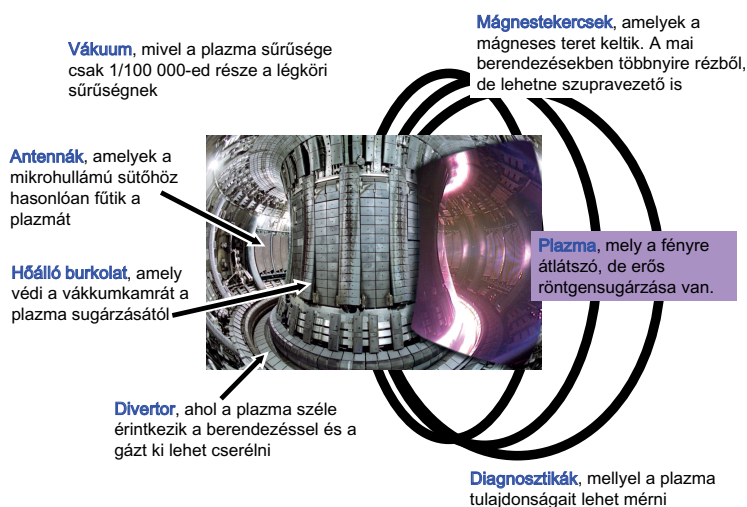
A jelen berendezésénél nem, de az ITER-ben már komoly fúziós teljesítmény (500MW) várható, ennek minden következményével: jelentős neutron és gamma fluxusra számíthatunk, amit az u.n. biológiai árnyékolás csökkent le (4.1 (f) ábra). Az ITER-nél a fő rádióaktív védelem egy beton pajzs, amiből már csak a portok végei látszanak ki.

Egy tokamak vákuum kamrájának a belseje nem üres, a JET tokamak belsejéről készült 4.2 ábra mutatja, hogy betekintve mit találhatunk itt. A kamra falát a legtöbb helyen hővédő téglák borítják. Ezek elrendezése és anyaga nagyon változatos lehet, ezzel a következő fejezetben foglalkozunk részletesen. A tokamak alján látható az u.n. divertor, a kamra külső felén látható csíkos szerkezetek a mikrohullámú antennák Faraday árnyékolásai. Ezek az antennáknak segítségével a plazmát lehet fűteni.

Végezetül, összefoglalásul a 4.3 ábrán az ASDEX Upgrade tokamak keresztmetszete látható, ahol az összes fent említett elemet ábrázoltuk.

4.2. Plazma határoló elemek

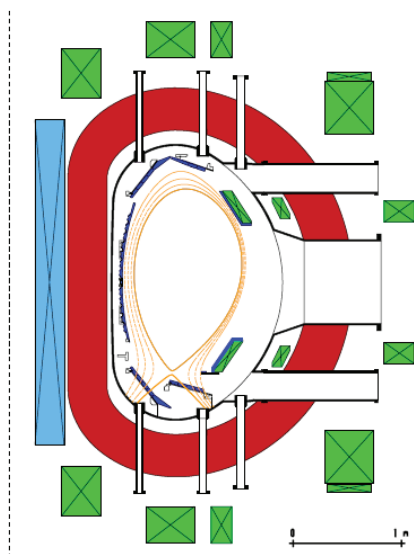
A fúziós kísérletekhez használt plazmák extrém magas hőmérsékletűek. Annak ellenére, hogy a plazmát zárt mágneses felületek közé zárjuk be, veszteségek mindig vannak: a részecskék az egymással való ütközések, vagy a plazmában keletkező turbulenciák, instabilitások miatt nem csak a mágneses felületeken mozognak, hanem képesek ezekre merőlegesen is elmozdulni. Ez a mágneses felületekre merőleges transzport komoly hőterhelést tud okozni a plazmát határoló mechanikai elemekre, lényegesen csökkentve ezek



4.2. ábra. A JET tokamak vákuum kamrája az itt található legfontosabb komponensekkel.

élettartamát. Az ionok a bezáró mágneses tér ellenére lassan kijutnak a plazmából, ezért ha a vákuum kamra fala közel van, akkor a becsapódó plazma ionok a falból atomokat tudnak kiütni (sputtering), miáltal az acélból sok vas és más, nagy rendszámú atom jut a plazmába. Ezek az atomok a forró plazmába jutva akár teljesen ionizálódnak. Az így keletkező nagy töltésű (pl. a vas 26-szorosan is tud ionizálódni) ionok intenzív vonalas sugárzást bocsátanak ki, valamint elektromos terükben a plazma elektronok erősen gyorsulnak és közben igen erősen sugároznak, mivel a jellemzően domináló fékezési - és rekombinációs sugárzás az ionok töltésének négyzetével változik. Például 1% vas szennyezés már sokszorosára növeli a plazma sugárzását, ami sugárzásos plazma összeomláshoz vezethet. Ezen problémák elkerülésére és a vákuum kamra falának a védelmére a plazmát olyan szerkezeti elemekkel határolják, amelyek alacsony rendszámú, és ha lehet hőálló anyagból készülnek, pl. grafitból vagy berilliumból. Mostanában szintén elterjedt a wolfrám használata, ami ugyan magas rendszámú elem, de nagyon magas olvadáspontja (3422 Celsius fok) és nagyon alacsony sputtering hozama szintén alkalmassá teszi, hogy plazma határoló elemként alkalmazzuk.

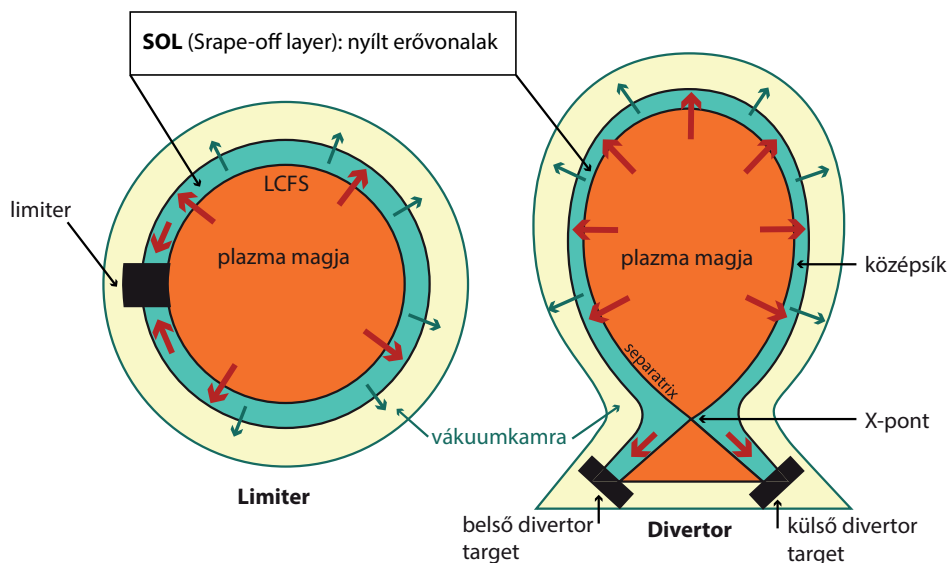
A toroidális berendezésekben két típusú határoló elem terjedt el: a limiter és a divertor (4.4). Az első tokamakok és sztellarátorok limitereket használtak plazma határoló elemként. A plazmát a vákuumkamra falától úgy határolják el, hogy adott vastagságú hővédő csempe szerű elemeket helyeznek el a vákuumkamra falán, így plazma nem a fallal hat kölcsön, hanem a limiterrel. A limiterek a zárt mágneses felületeket is elmetszik, így a plazmát két részre osztják: a bezárt plazmára, ahol a mágneses felületek zártak, és u.n. limiter árnyékra, ahol az erővonalak tudnak zárt felületeket alkotni, mi-



4.3. ábra. Az ASDEX Upgrade tokamak keresztmetszete. Az ASDEX Upgrade tokamak tekercsei rézből készültek: toroidális tekercs (piros), poloidális, vezérlő és stabilizáló tekercsek (zöld), központi szolenoid (kék). A vákuum kamrát és a portokat feketével jelöltük. Láthatóak még a plazmát határoló elemek (sötétkék), és a egy tipikus mágneses tér konfiguráció (narancssárga).

vel a limiternek elmetszik őket. A limitereket különböző geometriában helyezhetjük el a vákuumkamra falán (4.5 ábra.). A legelterjedtebb a poloidális limiter, ami a mágneses felületek alakjához igazítanak. A limiternek hátránya épp egyszerűségükből ered. A plazmából az utolsó zárt mágneses felületen keresztül megszökő részecskék a limiter árnyékba kerülve ez erővonalakat követik, miáltal nagyon gyorsan (mivel az erővonal mentén szabadon mozognak) a limiterbe ütköznek. A plazma fűtésének emelésével a limiteren megjelenő hőterhelés olyan mértékben megnövekedik, hogy az megolvadhat, és ez ellen nehéz védekezni.

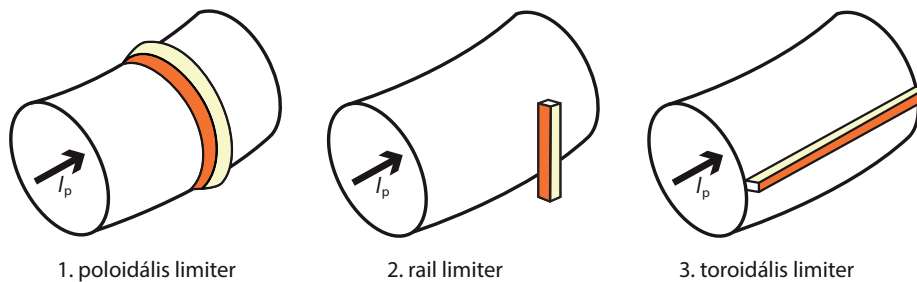
A limiternél is jobb megoldás, ha a plazma szélén a mágneses erővonalakat külön tekercsekkel úgy perturbáljuk, hogy egy vékony rétegből minden erővonal előbb-utóbb egy részben zárt térbe jusson. Ezt hívjuk divertornak, a zárt térrészt pedig divertor kamrának. Ezt a perturbálást legegyszerűbben úgy lehet elérni, hogy a toroidális plazma alatt vagy fölött egy tekercset futtatnak körbe, amiben akkor áramot folytatnak, hogy az egy adott ponton kioltja a plazmát bezáró mágneses tér poloidális komponensét. Ezt a toroidálisan körbefutó helyet, ahol a mágneses térnek csak toroidális komponense van nevezzük X pontnak, az őt tartalmazó mágneses felületet szeparátrixnak. Ez a mágneses felület választja ketté a zárt mágneses felületeket és azt a tartományt, ahol a mágneses



4.4. ábra. Limiter és divertor konfiguráció egy tokamakban.

felületek nem zártak, hanem a 4.4 ábrán látható módon alul beleütköznek a divertorban elhelyezett lemezekbe. A limiteres esethez hasonlóan a plazmából a szeparátrixon keresztül megszökő részecskék az erővonalak mentén a divertor lemezekre jutnak. A divertor lemezekben semlegesítő hidrogén izotóp atomok viszonylag nagy nyomást hoznak létre a divertor kamrában, ezért a lemezek közötti résekben a semlegesített gáz vákuum szivattyúkkal jó hatásfokkal elszívható. A divertor alapvető eszköz lesz egy fúziós erőműben is, ahol gondoskodni kell a fúzióban keletkező hélium eltávolításáról, elszívásáról. Láthattuk, hogy a plazma - plazma határoló elemek (fal) kölcsönhatás itt a divertorban zajlik le. Ez a megoldás több ok miatt is sokkal előnyösebb a limiteresnél:

- Mivel a plazma - fal kölcsönhatás az összetartott plazmától távol jön létre, a folyamat kevésbé növeli meg a szennyezőkoncentrációt, mint a limiter esetében.
- A részecskék a divertorba lejutás során energiát vesztenek, ami lehűti őket, így rekombinálandhatnak semleges gázzá. Tovább növelhetjük a hűtő hatást ha például nitrogén gázt engedünk a divertor kamrába, amely ütközve a plazma a divertor kamrába érkező részecskéivel, jelentős mennyiségű teljesítményt képes lesugározni, azaz a divertor lemezeket érő hőterhelést csökkenti.
- Magas összetartású plazmaállapotot lehet létrehozni ilyen konfiguráció mellett.



4.5. ábra. A különböző limiter konfigurációk: poloidális (a), sín (b), toroidális (c)

4.3. Plazma keltése, fűtése és üzemanyag ellátása a tokamakban

Miután az előző fejezetekben felépítettünk egy tokamakot ebben a fejezetben bemutatjuk, hogyan lehet benne megfelelő sűrűségű és hőmérsékletű plazmát keltetni. Először a vákuumkamrát kell megfelelően kondicionálni, hogy a nyomás benne maximum $10^{-7} mbar$ legyen. Ezután a kisülés kezdete előtt a gázbeeresztő szelepeken keresztül a kamrát feltöltjük $10^{-2} mbar$ nyomású plazma üzemanyaggal (nagy tisztaságú hidrogén vagy deutérium). Ezután a toroidális tekercsre áramot kapcsolva keltjük a toroidális mágneses teret. A plazma keltése úgy történik, hogy a központi szolenoidban időben növelik a mágneses fluxust. Ez az indukció törvényei szerint a tórusz alakú vákuumkamra középvonalában egy elektromos teret indukál amelynek körintegrálját nevezzük hurokfeszültségnek. Kellően ritka gáz és elég nagy elektromos tér elindít egy lavinakisülést (lavinászerűen disszociálódnak és ionizálódnak a molekulák), amelyben folyjni kezd az áram. Az áram mágneses tere kelti a poloidális mágneses teret megcsavarva az eredetileg tisztán körbefutó mágneses erővonalakat, ami összetartja plazmát. Az áram a plazma ellenállásán keresztül Joule hőt fejleszt, amely fűti a plazmát (ohmikus fűtés). A növekvő hőmérséklet növeli a töltések mobilitását, csökkenti a plazma ellenállást, így növeli az áramerősséget, mely hatására a plazma lassan felmelegszik és kialakul a benne folyó áram is. Az áramgyűrű tágulni igyekszik, ennek ellensúlyozására a stabilizáló tekercsekben szintén áramot kell hajtani, aminek a nagyságát a plazmaoszlop helyzetének megfelelően aktívan kell szabályozni. Szintén szabályozni kell a plazmaáramot hajtó tekercsekben folyó áramot, hogy a szükséges plazmaáramot tartani tudjuk.

Becsüljük meg hogy mekkora áram keletkezik a plazmában. Legyen a tórusz nagyságára R , kissugara a . Az I_P plazmaáram által keltett B_θ poloidális tér a kissugárnál

$$B_\theta = \frac{\mu_0 I_P}{2\pi a} \quad (4.1)$$

értéket veszi fel. A legvirulensebb MHD instabilitásokkal szembeni stabil plazma (kis béta, $R/a \gg 1$, cirkuláris tokamak közelítés esetén) feltétele, hogy a

$$q = \frac{aB_\varphi}{RB_\theta} > q_{min} \quad (4.2)$$

biztonsági tényező kissugárnál felvett értéke nagyobb legyen mint 2-3 ($q_{min} = 2 - 3$). Az áramból a poloidális teret kifejezve, és a fenti egyenlőtlenségbe behelyettesítve azt kapjuk, hogy

$$I_P < \frac{2\pi a^2 B_\varphi}{\mu_0 R q_{min}}, \quad (4.3)$$

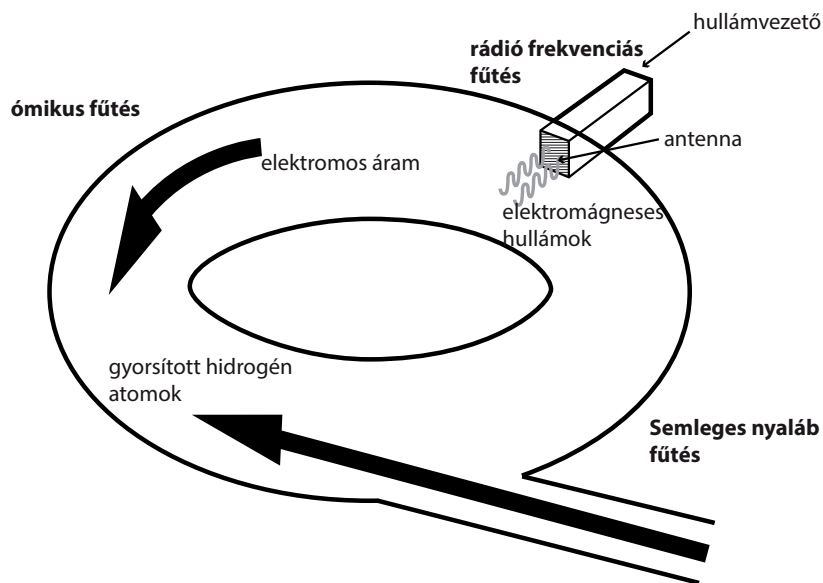
azaz egy tokamakban a kelthető áram korlátozott, a maximálisan elérhető áramot a toroidális tér nagysága határozza meg.

Amikor elérjük a közel maximális áramot, akkor kialakul egy a plazma körüli limitek által határolt közel kör keresztmetszetű plazma. Ekkor kapcsolják be a divertor konfigurációt kialakító tekerceket, amivel kialakul a szeparátrix, és a limitek szerepét átveszi a sokkal jobb hatásfokú divertor.

Mivel stacionárius esetben az ohmikus fűtés a plazma árammal arányos ($P_{ohm} = I_P R_P^2$, ahol R_P a plazma ellenállása), ezért a plazma fűtése is korlátozott. Ez a fűtés nem teszi lehetővé a szükséges 100 millió Kelvin hőmérséklet elérését, ezért a plazma fűtésére más módszereket is használni kell. Két alapvető eljárás terjedt el: a semleges atomnyalábokkal és mikrohullámokkal történő plazma fűtés (4.6 ábra).

Az atomnyaláb fűtéshez (Neutral Beam Injection, NBI) egy 50-150keV-es atomnyalábot hoznak létre a következő módon (4.7 ábra). Egy elkülönített berendezésben egy a tokamak plazma anyagával megegyező plazma ionforrást hoznak létre, melyből az ionokat egy kis elektromos térrel kihúzzák, majd 50-150kV (ITER terv: 1MeV!) potenciálon átfuttatva őket, egy ionnyalábot formálnak. Az ionnyaláb ezután egy egy ritka gázt tartalmazó cellán halad keresztül, ahol az ionok 50-80% körüli valószínűséggel töltéscicserélődéssel elvesznek egy elektront a gázmolekuláktól, és kialakul egy nagyenergiás, semleges atomnyaláb, amely már akadálytalanul át tud hatolni a tokamak mágneses terén. A maradék gyors ionokat egy mágneses tér segítségével egy elnyelőre térítik el. Miután a semleges nyaláb tokamak plazmába ér, a plazma gyors elektronjai ionizálják a nyaláb atomjait és az így keletkező gyors ionok Larmor-pályára térnek a tokamak mágneses terében. Ezek az ionok nagyobb energiájúak, mint a plazma saját ionjai, ezért sokszor körbefutva a tóruszban, ütközésekkel leadják energiájukat a plazmának, tehát fűtik azt. Ezen a módon mind teljesítmény, mind részecskék jutnak a plazmába. Egy nyaláb jellemző teljesítménye 1-3MW, például az ASDEX Upgrade tokamakon jelenleg 8db 2.5MW-os nyaláb található.

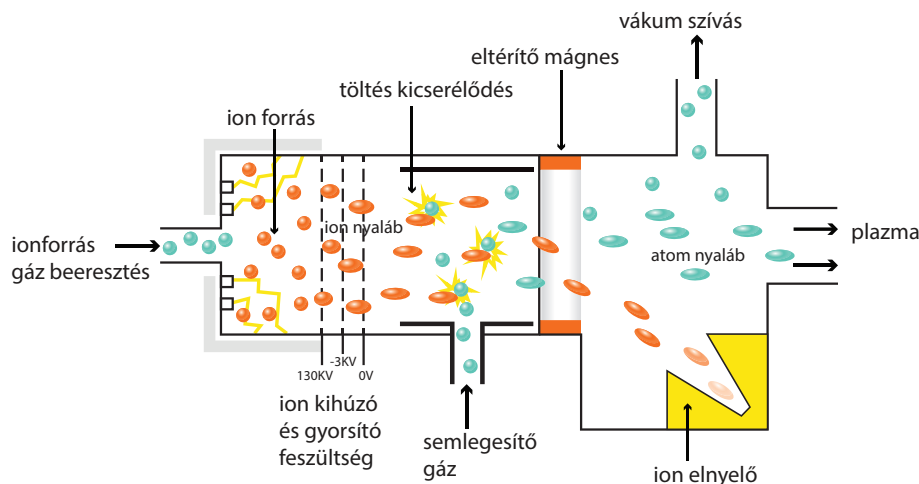
A mikrohullámú fűtési eljárások úgy működnek, hogy olyan elektromágneses hullámokat juttatnak a plazmába, amelyek frekvenciája rezonál a plazma ionjainak (Ion Cyclotron Resonance Heating, ICRH) vagy elektronjainak (Electron Cyclotron Resonance



4.6. ábra. Tokamak plazma fűtéséhez használt módszerek: ohmikus fűtés, semleges atomnyaláb fűtés és mikrohullámú fűtés.

Heating, ECRH) ciklotron frekvenciájával, és így jó hatásfokkal tudnak energiát átadni a plazma részecskének. A tipikusan néhány Tesla mágneses tér esetén az elektron ciklotron frekvencia 150GHz, az ion ciklotron frekvencia 50MHz körüli értéket vesz fel. Ilyen frekvenciájú irányított mikrohullámokat elektron nyalábok segítségével hoznak létre klystronokban vagy gyrotronokban. Mindkettő egy nagy teljesítményű vákuumcső, itt helyhiány miatt csak a gyrotron működési elvét magyarázzuk el (4.8 ábra). A gyrotron az egy mikrohullámú maser (microwave amplification by stimulated emission of radiation), ahol egy felgyorsított elektron nyaláb elektronjait egy szupravezető szolenoid mágneses térben ciklotron mozgásra kényszerítünk úgy, hogy a fékezési sugárzással kibocsátott fotonokat a nyaláb körül kialakított mikrohullámú üregben (cavity) erősítjük. A keletkezett mikrohullámú sugárzást tükrök segítségével a vákuumcsőből mikrohullámú vezetőbe vezetjük. Egy gyrotronok jellemző teljesítménye a 0.5MW tartományba esik. Érdeemes megemlíteni, hogy mivel egy tokamakban a mágneses tér $1/R$ -rel változik (azaz a rezonancia frekvencia is) megfelelő frekvencia választással a plazma viszonylag jól lokalizáltan fűthető megváltoztatva ezzel a plazma elektron illetve ion hőmérséklet eloszlását.

Meg kell említeni, hogy a fűtési eljárások többé kevésbé alkalmasak a plazmaáram hajtására is. Az NBI áramot kelt a plazmában, mivel a gyors ionok a tóruszban az erővonalak mentén addig köröznek míg az elektronokkal való ütközések során lelassulnak. Az elektronok ezáltal elkezdnek az ionokkal együtt mozogni. Az így keletkező elektron áram az ion áramot csökkenti, hogy milyen mértékben az nagyban függ a gyors nyaláb ionok



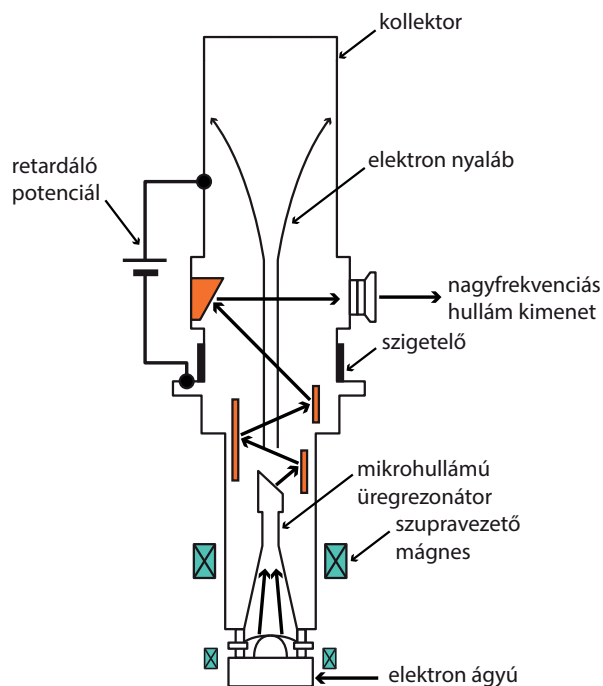
4.7. ábra. Semleges atomnyaláb koncepcionális felépítése.

töltésétől, plazma effektív töltésétől és a banánpályákon befogódott elektronok számától. Számolásokkal belátható, hogy az elektronok áramának árnyékolása ellenére az NBI áramot fog kelteni a plazmába. Ezért ha ily módon akarjuk a plazma áramát növelni, akkor az NBI nyalábot tangenciálisan a plazma árammal egy irányban kell a plazmába injektálni. Az előző fejezetben megmutattuk, hogy a lower hybrid frekvencia tartományban haladó hullámokkal is tudunk effektíven áramot hajtani a plazmában. Ennek megfelelően egy állandóan működő tokamakban - a remények szerint - lehetőség lenne arra, hogy az induktív - és ezért csak korlátos időtartamig működőképes - áramhajtást helyettesítsük velük.

A fűtés mellett másik fontos szabályozandó paraméter a plazma sűrűsége. Ezt általában szabályozott szelepekkel oldják meg, melyeket a tóruszban több helyen is elhelyeznek. Ez a módszer nagy berendezésnél már nem nagyon hatásos, mivel a gázatomok a plazma szélén már ionizálódnak és nem jutnak elég mélyre a plazmába. Egy alternatív módszerrel a bejuttatandó hidrogén izotóp mennyiséget szilárd halmazállapotban, u.n. pelletekben juttatják a plazmába. Ezzel a kérdéskörrel a 9. fejezetben részletesen foglalkozunk.

4.4. Az alacsony és a magas összetartású mód

Az előző fejezetben ismertettük, hogy hogyan keltsünk egy ohmikus plazmát. Azt is láttuk, hogy pusztán ohmikus fűtéssel nem érhető el a majdani fúziós erőműben szükséges hőmérséklet, ehhez külső fűtésekkel kell alkalmazni. Mivel a fúziós plazmafizikai kutatások fő célja, hogy magas hőmérsékletű, nagy részecskesűrűségű plazmákat hozzanak létre alacsony befektetett energia mellett, mindig az volt a cél, hogy a plazmát minél



4.8. ábra. A gyrotron sematikus elrendezése.

magasabb hőmérsékletre fűtsék. Ezen kutatások során az ASDEX tokamagnál 1982-ben felfedezték ([Wagner,1982]), hogy divertor konfigurációt és megfelelő külső fűtés (NBI) alkalmazásával a plazma összetartása megváltozik.

Amíg az NBI fűtés teljesítménye egy küszöbérték alatt volt (ez az ASDEX esetében kb. 1.6MW volt), addig a plazma nyomása és az összetartása is alacsony volt. Ezért ezt az állapotot alacsony összetartású (L-mode) plazmaállapotnak nevezték. Az összes plazma paramétert változatlanul hagyva és csak a fűtési teljesítményt növelve, küszöb érték átlépésekor a plazma nyomása hirtelen megnövekedett, és a plazma összetartása magasabb lett, mint normál állapotban, így ezt a plazmaállapotot magas összetartású (H-mode) plazma állapotnak nevezték el. Ezek az eredmények 3,1MW fűtési teljesítményig igazak maradtak, ami a technikailag lehetséges legmagasabb fűtési teljesítmény volt a cikk írásának idejében. Később a küszöbérték feletti ohmikus és ICRH fűtés segítségével is sikerült létrehozni magas összetartású plazmaállapotot.

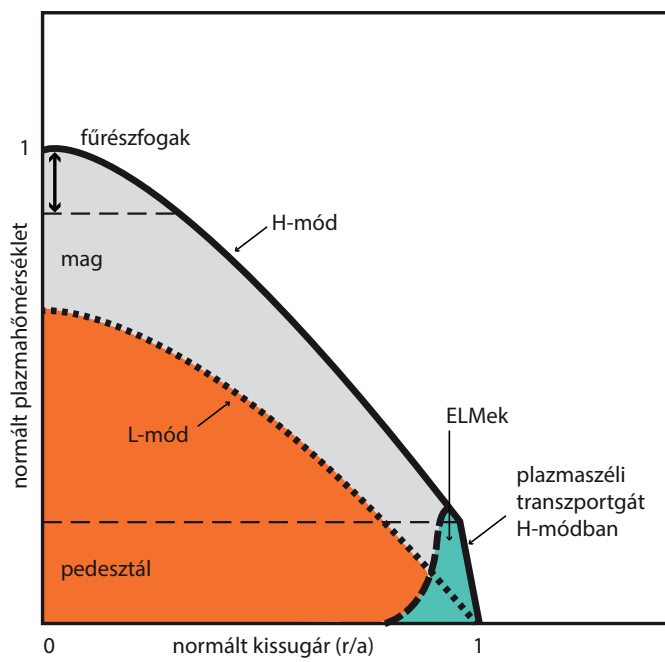
Az L-mode - H-mode átmenet nagyon gyorsan végbemenő folyamat, időtartama a $100\mu s$ -os nagyságrendbe esik. További vizsgálatok kimutatták, hogy az átmenet a plazma szélén megjelenő transzport gát miatt jön létre. A plazma fűtését növelve a plazma elektron hőmérséklet a plazma szélén igen meredeken növekszik. Az így kialakult meredek plazma nyomásprofil egy radiálisan változó, radiális elektromos teret kelt. Az elektromos

és a toroidális mágneses tér az $\vec{E} \times \vec{B}$ driften keresztül a plazmát poloidálisan megforgatja, méghozzá u.n. nyírt forgás alakul ki: mivel a radiális elektromos tér változik a kissugár mentén, ezért a plazma forgása is változik, a legnagyobb a plazma szélén, de még a szeparátrixon belül. Ez a nyírt forgás széttördeli a radiális transzportot meghatározó turbulens csatornákat, nagyban megjavítva a plazma összetartását. Ez a transzport gát a plazma szélén elhelyezkedő néhány centiméter széles terület, melynek figyelemreméltó tulajdonsága, hogy a teljes plazmára kiterjedő magas összetartást hoz létre. Ebben a plazmaállapotban a sűrűség többszörösére növekedhet. Korábban láttuk, hogy a fúziós reakciók száma a plazma sűrűségének négyzetével arányos, így egy magas összetartású módban lévő plazmából jóval magasabb fúziós teljesítmény nyerhető ki. Tehát az ITER és egy jövőbeli fúziós reaktor üzemeltetésekor ezt a plazmaállapot lesz az u.n. baseline scenárió.

A plazma alacsony és magas összetartású módja könnyen megkülönböztető. Az L-mode-hoz képest a hőmérséklet- és a nyomásprofil egy úgynevezett pedesztálra kerül a H-mode-ban. Ezt 4.9 ábra szemlélteti. A pedesztál egy olyan platónak tekinthető, amire az alacsony összetartású mód plazmahőmérséklet grafikonját 'rátéve' körülbelül a magas összetartású mód plazmahőmérséklet grafikonját kapjuk. Az ábrán a SOL a $r/a > 1$ értékekhez tartozik. A plazmaszéli transzportgát a plazma szélén ($0.95 < r/a < 1$) található keskeny régió. Az ábrán vízszintes szaggatott vonallal jelölték a pedesztált, sötétszürkével pedig az L-mode és a H-mode közötti különbség látható.

4.5. Berendezések

Végezetül összefoglaljuk az ebben a fejezetben említett berendezések legfontosabb paramétereit.



4.9. ábra. L-mode és H-mode plazma nyomásprofilok és a pedesztál.

Machine	ASDEX Upgrade	JET	ITER
Major/minor radius	$1.65m/0.5m = 3.3$	$2.96m/1.25m = 2.2$	$6.2m/2.m = 3.1$
Max. plasma height/width	$0.8m/0.5m = 1.6$	$2.1m/1.25m = 1.7$	$7m/4m = 1.75$
Plasma volume/surface	$14m^3/42m^3$	$80m^3$	$837m^3/678m^3$
Max. plasma current	$1.6MA$	$5MA$	$15MA$
Max. toroidal field	$3.9T$	$3.5T$	$5.3T$
Max. discharge duration	$10s$	$60s$	$3500s$
Discharge sequence	$15 - 20min$	$20 - 30min$	-
Vessel volume/surface	$32m^3/72m^3$	$200m^3/m^3$	$1400m^3/m^3$
Fuel	H,D,He	H,D,T,He	D,T,He
Plasma heating: Ohmic	$1MW$	$4MW$??
Plasma heating: NBI	$20MW (60,100keV)$	$35MW(80 - 140keV)$	$33MW (1Mev)$
Plasma heating: ICRH	$8MW (30-120MHz)$	$8MW (33-51MHz)$	$20MW (40-55MHz)$
Plasma heating: ECRH	$2MW (140GHz)$	-	$20MW (170GHz)$
Plasma heating: LH	-	$3MW (3.7GHz)$	-

4.1. táblázat. ASDEX Upgrade, JET és ITER tokamakok legfontosabb paramétereit.

5. fejezet

Kocsis Gábor: Plazma diagnosztika: passzív és aktív spektroszkópia

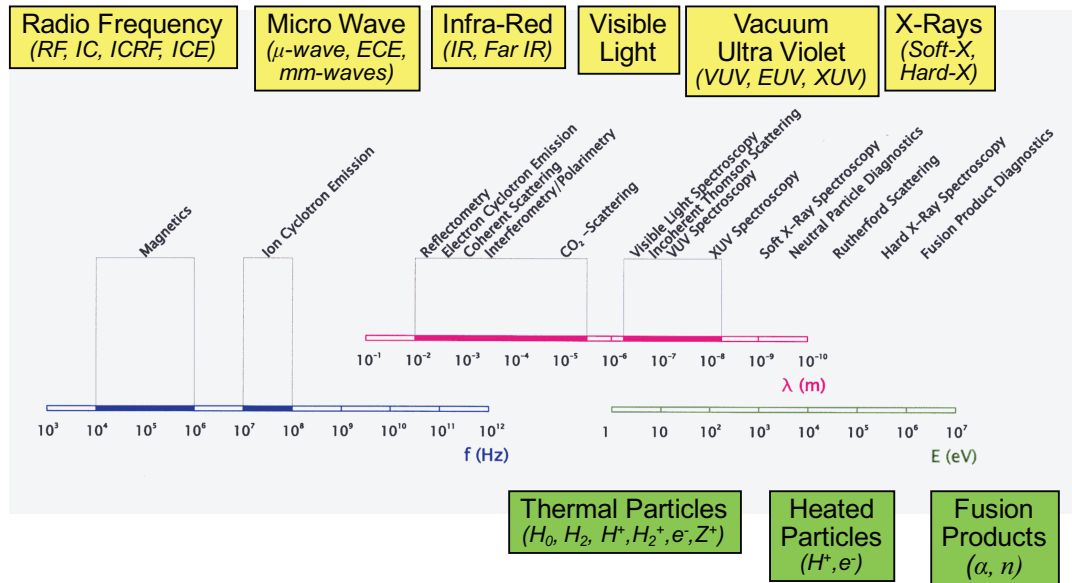
5.1. Bevezetés

Fúziós plazma hőmérséklete az 1-10 millió $^{\circ}K$ tartományba esik, ezért a plazmáról nehéz információkat gyűjteni, mert eszközeinknek meg kell felelni a kíméletlen környezetnek, ami egy ilyen plazma közelében található. Viszont a plazma által kibocsátott fényt könnyen megfigyelhetjük akár a távolból is, ha megfelelő leképező optikával rendelkezünk. Azonban a nehézséget az okozza, hogy alapvetően nem a plazma fényére vagyunk kíváncsiak, hanem a plazma fizikailag érdekes paramétereire, mint a hőmérséklet, részecskesűrűség, részecske transzport és így tovább. Tehát egyrészt találnunk kell olyan összefüggéseket amik kapcsolatot teremtenek az alapvető fizikai paraméterek és a mérhető sugárzás között (ezt nevezzük passzív spektroszkópiának), másrészt valamilyen kontrollált módon - lehetőleg perturbáció mentesen - kell a plazmát fotonkibocsátásra készítenünk (aktív spektroszkópia), ahhoz hogy meghatározhassuk a minket érdeklő paramétereket. A passzív spektroszkópia egyik hátránya, hogy általában nem tudjuk lokalizálni a forrást aminek a sugárzását detektáljuk. Ezzel ellentétben az aktív spektroszkópia részecskenyalábokat vagy elektromágneses sugárzást használva, lokalizálva gerjesztheti a detektált sugárzást.

Ebben a fejezetben először összefoglaljuk a passzív és aktív spektroszkópiánál használt legfontosabb alapelveket, eszközöket, majd bemutatjuk a legfontosabb diagnosztikákat. Látni fogjuk, hogy a spektroszkópiai diagnosztikák segítségével a plazma majd minden alapvető paramétere meghatározható, de mint minden technológiai terület ez is folyamatosan fejlődik, újabb és modernebb eszközök jelennek meg, amelyek pontosabban, gyorsabban, jobb idő és térbeli felbontással adnak betekintést a plazmában lejátszódó folyamatokba. Ennek a fejezetnek egy része [[Thorn,1988](#)], [[Hutchinson,2002](#)], [[Lochte,1968](#)], [[FST,2008](#)], [[Huba,2009](#)] irodalmak alapján készült.

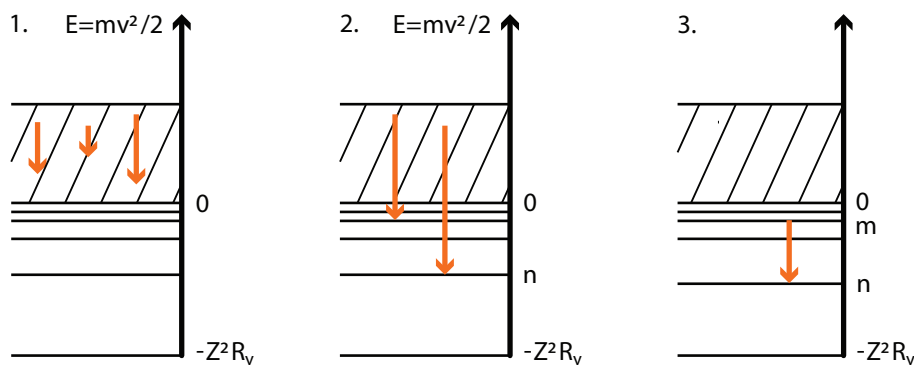
5.2. A plazma sugárzása

A forró mágnesesen összetartott plazma elektromágneses sugárzásának széles spektrumát tudjuk a különböző diagnosztikai eszközökkel detektálni. A 5.1 ábrán látható, hogy $10^4 - 10^6 Hz$ frekvenciájú rádió hullámoktól a mikrohullámokon és a látható fénytartományokon keresztül egészen a röntgen sugárzásig hasznosítható a kibocsátott sugárzás.



5.1. ábra. A plazma spektruma. A sárga szövegdozokban a hullámhossz/frekvencia tartományok konvencionális elnevezése, a zöld szövegdozokban az ezen a tartományon sugárzó részecskék láthatóak. A ferde feliratok az adott hullámhossz tartományon használt diagnosztikákat jelölik.

A plazmában három fő mechanizmus szerint keletkeznek fotonok. Mivel a töltött részecskék energia eloszlása egy folytonos mennyiség, folytonos sugárzás keletkezik amikor egy töltött részecske a többi töltés által létrehozott potenciálon gyorsul (fékezési sugárzás). Szintén folytonos sugárzás keletkezik amikor a szabad elektronok a rekombináció során egy kötött atomi pályára befogódnak (rekombinációs sugárzás). Karakterisztikus vonalas sugárzást detektálhatunk kötött atomi állapotok közötti sugárzásos átmenetek során.



5.2. ábra. A különböző sugárzási mechanizmusok: a. fékezési sugárzás, b. rekombinációs sugárzás, c. vonalas sugárzás.

5.2.1. Vonalas sugárzás

Bohr közelítést használva a vonalas sugárzás energiája (elektronvoltban) hidrogén esetén

$$\Delta E_{mn} = -13.6eV \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right), \quad (5.1)$$

illetve a hullámhossza

$$\lambda_{mn} = \frac{hc}{\Delta E_{mn} 1.6022 \cdot 10^{-19}}, \quad (5.2)$$

ahol n, m a két állapot főkvantumszáma, a Planck állandó $h = 6.6261 \cdot 10^{-34}$ Js, c a vákuumbeli fénysebesség. Hidrogén esetén az alapállapotra ($n=1$), az első ($n=2$) és a második gerjesztett ($n=3$) állapotra történő átmenetek hullámhosszait Lyman, Balmer és Paschen sorozatnak sorozatnak nevezzük és $L_\alpha, L_\beta, L_\gamma, \dots, H_\alpha, H_\beta, H_\gamma, \dots$ és $P_\alpha, P_\beta, P_\gamma, \dots$ -val jelöljük.

Az elektronok három típusú sugárzásos átmentettel válhatnak atomi pályát: spontán bomlás, fotonabszorpciós gerjesztés és legerjesztés. A kötött állapotok közötti sugárzásos átmeneteket az u.n. Einstein koefficiensek (A_{ij}, B_{ij} , i a kiindulási, j a végállapotot jelöli) segítségével írhatjuk le. A_{ij} az egyégyeni idő alatt végbemenő spontán bomlás valószínűsége. Ha az atomot érő elektromágneses sugárzás energiasűrűségének egységnyi frekvenciára eső része $\rho(\nu)$, akkor a a fotonabszorpciós/indukált gerjesztés valószínűségét (egységnyi idő alatt végbemenő gerjesztés valószínűsége) $B_{ij}\rho(\nu_{ij})$ -val jelöljük, ahol $h\nu_{ij} = E_i - E_j$, E_i az adott állapot energiája. Az indukált bomlás valószínűsége a $B_{ji}\rho(\nu_{ij})$. Termodinamikai megfontolásokból levezethető az Einstein koefficiensekre vonatkozó összefüggések

$$A_{ij} = \frac{8\pi h\nu_{ij}}{c^3} B_{ij} \quad , \quad g_j B_{ji} = g_i B_{ij}, \quad (5.3)$$

Vonal	Átmenet	Hullámhossz [nm]	$A_{ij}[10^8 s^{-1}]$	Rel. int. [a.u.]
L_α	$2 \Rightarrow 1$	121.57	4.699	840000
L_β	$3 \Rightarrow 1$	102.57	0.588	250000
L_γ	$4 \Rightarrow 1$	97.25	0.128	83000
L_δ	$5 \Rightarrow 1$	94.97	0.040	33000
H_α	$3 \Rightarrow 2$	656.28	0.440	500000
H_β	$4 \Rightarrow 2$	486.13	0.0842	180000
H_γ	$5 \Rightarrow 2$	434.05	0.0253	90000
H_δ	$5 \Rightarrow 2$	410.17	0.0097	70000
P_α	$4 \Rightarrow 3$	1875.01	0.090	51000
P_β	$5 \Rightarrow 3$	1281.81	0.022	32000
P_γ	$6 \Rightarrow 3$	1093.8	0.0078	14000
P_δ	$7 \Rightarrow 3$	1004.98	0.0033	13000

5.1. táblázat. A hidrogén atom fontosabb átmenetei.

ahol g_i az állapot statisztikus súlyát jelöli. A különböző atomokra vonatkozó Einstein együtthatókat kísérleti és elméleti vizsgálatok eredményeiből összeállított elektronikus táblázatokból kaphatjuk meg. Az egyik legismertebb a NIST által gondozott (http://physics.nist.gov/PhysRefData/ASD/lines_form.html) adatbázis.

A sugárzásos folyamatokon kívül ütközéses folyamatok is megváltoztathatják az atomi pályák betöltöttségét illetve az atom ionizációs fokát: ilyenek lehetnek az ütközéses gerjesztés, legerjesztés és a ütközéses ionizáció illetve ennek az ellentétes folyamata három test rekombináció. Fúziós plazmák esetén az ütközéses folyamatoknál az elektronokkal való ütközések dominálnak, ezért a továbbiakban csak ezekkel foglalkozunk. Az ütközéses folyamatokat az őket jellemző σ_{ij} hatáskeresztmetszetekkel írjuk le. Ha a hatáskeresztmetszetet átlagoljuk az elektronok $f(v_e)$ eloszlásfüggvényére, akkor kapjuk a ráta koefficienseket (egységnyi idő alatt egységnyi térfogatban végbement ütközések száma):

$$\langle \sigma_{ij} v_e \rangle = \frac{\int \sigma_{ij} v_e f(v_e) d^3 v_e}{\int f(v_e) d^3 v_e} = \frac{\int \sigma_{ij} v_e f(v_e) d^3 v_e}{n_e}. \quad (5.4)$$

Általában - Maxvell eloszlást feltételezve - ráta koefficienseket táblázatokban találhatjuk mint a hőmérséklet függvényét. Az adott ütközési folyamat R_{ij} rátáját (az egységnyi idő alatt végbement ütközések számát) a ráta koefficiens és az elektronsűrűség szorzataként kapjuk, azaz

$$R_{ij} = \langle \sigma_{ij} v_e \rangle n_e. \quad (5.5)$$

Ha meg akarjuk jósolni a plazma atomjainak/ionjainak a sugárzási tulajdonságait, akkor tudnunk kell az összes lehetséges állapot betöltöttségét. Általában a részecskék nem jutnak egyensúlyi állapotba, mivel a plazma karakterisztikus ideje (pl. élettartam, gyors változások miatt) túl rövid. Ha homogén plazmánk van (a betöltöttségek térbeli változásától eltekintünk), akkor a ráta egyenletek megoldásával számolhatjuk az állapotok betöltöttségét, illetve a rendszer sugárzását. Figyelembe véve mind a sugárzásos mind az ütközése folyamatokat az összes állapot n_i betöltöttségére a változására (ide beleértjük a kötött és szabad szabad elektron átmeneteket mint pl. az ionizáció is) következő differenciál egyenletrendszerrel írhatjuk fel

$$\frac{dn_i}{dt} = \sum_{j \neq i} [n_j A_{ji} - n_i A_{ij} + (n_j B_{ji} - n_i B_{ij}) \rho(\nu_{ij}) + n_e n_j \langle \sigma_{ji} v_e \rangle - n_e n_i \langle \sigma_{ij} v_e \rangle], \quad (5.6)$$

ahol i az összes lehetséges állapotot jelöli. A fenti egyenletet megoldhatjuk, ha minden állapotra ismerjük az Einstein együtthatókat és az ütközéses ráta együtthatókat. A gyakorlatban ez utóbbiak nem állnak rendelkezésre minden átmenetre, ezért a valódi feladat mindig az, hogy kiválasszuk a meghatározó állapotokat, és csak azokat vegyük figyelembe. Sok esetben elegendő ha az atomi rendszert két állapotúnak tekintjük és csak a rezonáns átmenetet vesszük figyelembe. Az egy jól járható út például az alkáli földfém atomnyalábok és plazma kölcsönhatásának vizsgálatánál.

Ha a rendszerünk eléri az egyensúlyi állapotot, akkor elegendő megoldani az idő független ráta egyenletet:

$$0 = \sum_{j \neq i} [n_j A_{ji} - n_i A_{ij} + (n_j B_{ji} - n_i B_{ij}) \rho(\nu_{ij}) + n_e n_j \langle \sigma_{ji} v_e \rangle - n_e n_i \langle \sigma_{ij} v_e \rangle]. \quad (5.7)$$

Valójában laboratóriumi plazmák esetén ez sohasem következik, de ettől függetlenül érdemes megvizsgálni, hogy bizonyos feltételek esetén milyen tulajdonságokkal bír a vizsgált rendszer. Termikus egyensúlynak nevezzük ha mind az atomok, mind a sugárzási tér termikus egyensúlyban vannak. Ekkor az atomok Boltzmann eloszlást követnek a sugárzás pedig megfelel a fekete test sugárzásnak. Ilyen körülmények (nagyon magas atom, elektron és foton sűrűség) szinte csak a csillagok belsejében vannak ezért célszerű definiálni a lokális termodinamikai egyensúlyt, ahol az atomok populációja Boltzmann eloszlást követ, de a sugárzásra nem írjuk elő a termodinamikai egyensúlyt. Termikus egyensúlyban az u.n. Saha képlet alapján adhatjuk meg a különböző ionizációs állapotban levő atomok sűrűségét:

$$\frac{n_e n_{Z+1}}{n_Z} = 6 \times 10^{21} \frac{g_{Z+1}}{g_Z} T_e^{3/2} \exp\left(-\frac{E_Z^i}{T_e}\right) \text{cm}^{-3}, \quad (5.8)$$

ahol T_e elektronvoltban értendő, n_Z a Z -edik ionizációs állapotban levő atomok sűrűsége és E_Z^i az ionizációs potenciál. Ez azt jelenti, hogy lokális termodinamikai egyensúlyban levő hidrogén ($E_Z^i = 13.6 \text{eV}$) esetén ha a plazma elektron hőmérséklet $T_e = 1 \text{eV}$, és az elektronsűrűség kisebb mint 10^{15}cm^{-3} , akkor a plazma teljesen ionizált.

A harmadik gyakran használt - kevésbé korlátozó - egyensúlyi modell a korona egyensúly, ami a nevét arról kapta, hogy a Nap koronájában jellemzőek az ilyen feltételek. Korona egyensúlyban azt tételezzük fel, hogy a foton-sűrűség olyan alacsony, hogy nincsenek sugárzásos gerjesztések, azaz a gerjesztéseknél az ütközéses folyamatok dominálnak, és az elektronsűrűség olyan alacsony, a legerjesztések viszont csak sugárzásos folyamatok lehetnek. Ez azt jelenti, hogy a közegünk optikailag átlátszó, mivel a keletkező fotonok nem abszorbeálódnak újra. Érdekes még megemlíteni, hogy így a gerjesztett állapotok spontán bomlással depopulálódnak, aminek a rátája független az elektronsűrűségtől.

5.2.2. Folytonos sugárzás: fékezési és rekombinációs sugárzás

Az elektronok a sztatikusnak tekinthető ionok Coulomb terében gyorsulnak és hiperbolikus pályákat írnak le. A gyorsulás miatt kibocsátott folytonos fékezési sugárzás intenzitását bonyolult kiszámolni, még akkor is ha az elektronokra Maxwell energia eloszlást tételezzük fel, mivel figyelembe kell venni az összes lehetséges szögű szóródást is. Hidrogén szerű atomi struktúrákat feltételezve a fékezési sugárzás egységnyi térfogatra eső teljesítményét a következő alakban adhatjuk meg:

$$P_{BR} = C_{BR} \cdot n_e T_e^{1/2} \sum_Z [Z^2 n_Z], \quad (5.9)$$

ahol n_Z a Z töltésszámú ionok részecske sűrűsége, $C_{BR} = 1.7 \times 10^{-32} W/cm^3$ ha a sűrűségeket cm^{-3} -ban a hőmérsékletet eV -ben adjuk meg. Látható, hogy a fékezési sugárzás intenzitása nagyban függ a plazma részecskesűrűségétől és a plazma átlagos töltésének is a függvénye.

A rekombinációs sugárzás kiszámolása még a fékezési sugárzásnál is bonyolultabb, mivel az atomi struktúrák ismerete is szükséges hozzá, hiszen a befogódó elektron bármely szabadon levő állapotra kerülhet. A rekombinációs sugárzás egységnyi térfogatra eső teljesítménye nagyon hasonló formulával adható meg mint a fékezési sugárzás, de nem meglepően ebben szerepel az ionok ionizációs potenciálja is:

$$P_R = C_{BR} \cdot n_e T_e^{1/2} \sum_Z \left[Z^2 n_Z \frac{E_{Z-1}^i}{T_e} \right]. \quad (5.10)$$

A kísérletekben a fékezési sugárzást általában egy keskeny látható frekvencia tartományban mérik és a plazma effektív töltésének a meghatározására használják.

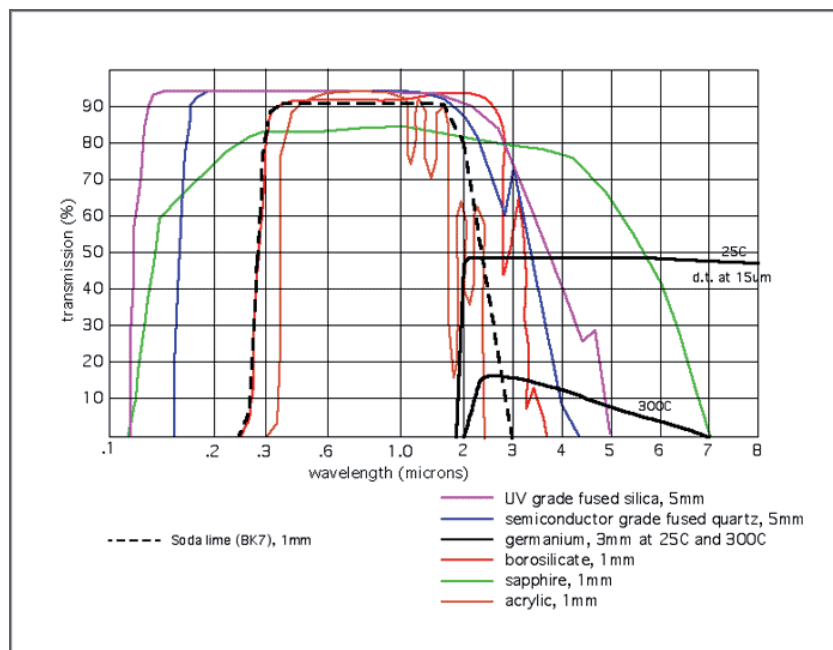
5.3. Aktív és passzív spektroszkópia technikai alapjai

Ebben a fejezetben áttekintjük, hogy a 100-1000nm-es hullámhossztartományban milyen eszközök állnak a rendelkezésünkre, ha aktív vagy passzív spektroszkópiai kísérletet aka-

runk összeállítani. Az eszközöket két csoportra osztottuk: egyrészt optikai anyagokra, elemekre, amik ahhoz szükségesek, hogy megfelelő módon tudjuk begyűjteni a detektálható fotonokat, másrészt detektorokra, amik ahhoz szükségesek, hogy a fotonokat számítógépek által is értelmezhető adatokká konvertáljuk.

5.3.1. Optikai elemek, diszperzív elemek, spektrométerek

Mivel a plazma egy vákuumedényben van és a megfigyelőrendszerünket praktikus okokból a vákuumedényen kívül célszerű elhelyezni, a fotonokat egy vákuumablakon keresztül tudjuk kijuttatni, amit olyan anyagból kell készíteni, ami az adott hullámhosszon jó áteresztő képességgel bír. Továbbá a refraktív optika elemekhez (pl. lencsék) is ilyen anyagokra van szükség. Az közsímert, hogy az optikai tisztaságú üvegek kb. 350-2000nm tartományban képesek a fényt átengedni (5.3 ábra). Az ennél rövidebb, UV tartományba eső hullámhosszakra már a különböző kvarcüvegeket, zafírüveget, gyémántüveget vagy sókristályokat (kálcium, nátrium, lítium, magnézium fluoridok) kell alkalmaznunk, amik meglehetősen drágák. Hosszabb hullámhosszokon germánium ablak alkalmazható, aminek van még egy kb. 30%-os áteresztőképessége 20000nm-nél. Ezeken a hullámhossztartományokon kívül a diagnosztikákat kénytelenek vagyunk a vákuumban elhelyezni és optikai elemeink is csak reflektálóak lehetnek.



5.3. ábra. A különböző anyagok transzmissziós együtthatói a hullámhossz függvényében.

Hullámhossz szelektálásra szolgálhatnak a színes üvegszűrők, interferencia-szűrők, az

optikai rácsok, illetve a zömében ezeket alkalmazó monokromátorok vagy spektrométerek.

A legegyszerűbb szűrők a különböző módon színezett üvegek, amelyek két részre osztják a látható spektrumot: egy adott hullámhossz felett/alatt átengedik a fényt, illetve a másik tartományban elnyelik. Ezekből kettőt összekombinálva, amelynél az egyik a kisebb, a másik a nagyobb hullámhosszúságú fénytartományt engedi át, a szűrőn csak az a hullámhossz-tartomány juthat keresztül, amelyikre nézve mindkét üveg fényáteresztő. Hátrányuk, hogy egyrészt viszonylag széles (35-50 nm) az áteresztett fény hullámhossz-tartománya, másrészt a szűrőn áthaladó fény intenzitása jelentősen csökken.

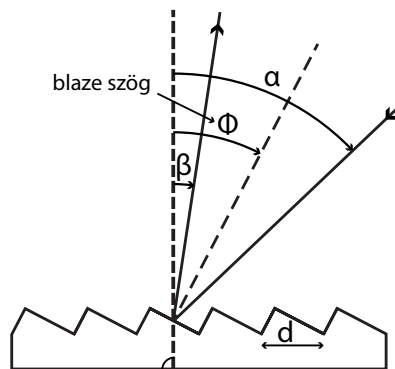
Az interferencia-szűrők a konstruktív interferencia jelenségén alapulnak. Általában különböző vastagság és anyagú vékony rétegeket párologtatnak egymásra egy az adott hullámhosszra áteresztő hordozón. Interferencia-szűrőkkel akár nagyon keskeny hullámhossz tartomány is kiválasztható (akár néhány 0.1nm), hátrányuk, hogy általában drágák és az egész beeső fénynyalábnak közel azonos szögben kell a szűrő felületére érkezni, mert az áteresztett hullámhossztartomány függ a beesés szögétől. A különböző szűrők fő előnye, hogy akár két dimenziós képalkotásnál is használhatjuk őket.

Az optikai rács eredeti formájában üveglapra párhuzamos barázdákból állt, de a jelenleg használatosak reflexiós rácsok, melyeken nagyszámú (1000-4000 vonal/mm) párhuzamos barázdát alakítanak ki egy nagy reflexiójú tükröző, általában fém felületen. Ha λ a fény hullámhossza, d rácsállandó és α és β a beesés és a visszaverődés szöge, akkor konstruktív interferencia esetén fennáll a

$$m\lambda = d(\sin(\alpha) + \sin(\beta)) \quad (5.11)$$

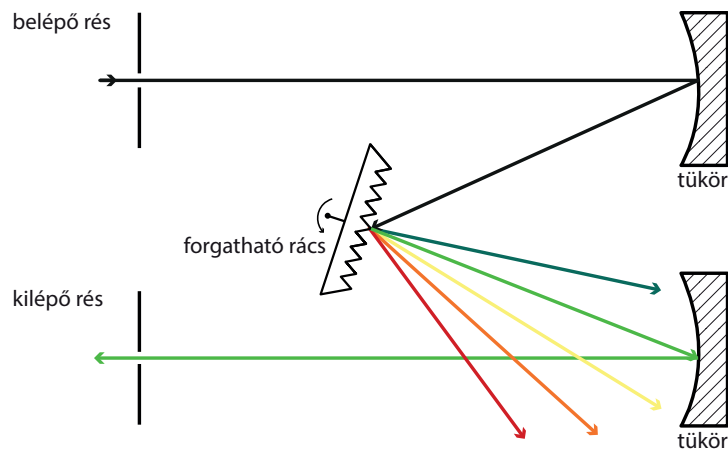
jól ismert összefüggés, ahol m az interferencia rendje. A rács felbontása $R = \lambda/\Delta\lambda = Nm$ alakban adható meg, ahol N az effektív rácsvonalak száma (amit a beeső fénynyaláb kivilágít). Egy tipikus 50mm hosszú 1200db/mm barázda sűrűségű rács esetén az első rend ($m=1$) felbontása $R = 6 \times 10^4$, azaz ha $\lambda = 600nm$, akkor a felbontás $\Delta\lambda = 0.1nm$. Megállapíthatjuk azt is, hogy rövidebb hullámhosszakon (pl. XUV) jobb abszolút felbontás érhető el. Az optikai rácsok fényfelbontása, diszperziója a prizmákkal ellentétben a hullámhossz függvényében egyenletes, de mivel a rácsok a beeső fényt sok rendre bontják szét, ezért a spektrumuk intenzitása kisebb lesz. Ezen segíthetünk az u.n. blazing technikával. Eddig csak a rácsvonalak távolságát használtuk ki, de nem írtunk elő semmit a rácselemek alakjáról. Ha a kis lépcső szögét úgy választjuk, hogy a teljes visszaverődés iránya megegyezik a diffrakció szögével, akkor növelhetjük a spektrum fényességét (lásd a 5.4 ábrán, $\Phi = (\alpha + \beta)/2$). Vegyük észre, hogy az ár amit ezért fizetünk az az, hogy rács csak egy adott hullámhosszra lesz optimalizálva.

A kívánt hullámhossz tartomány kiválasztásához rácsokat használó spektrométereket használhatunk. A 5.5 ábrán látható Czerny-Turner típusú spektrométeren mutatjuk be ezek működési elvét. A felbontandó fénysugár a belépő résen jut be a spektrométerbe. A fény egy homorú tükörrre esik, amely a fókuszált fényt az optikai rácsra vetíti. A rács által reflektált, felbontott fény egy másik homorú tükörrre jut, mely leképezi azt a kilepő résre, ahol a detektort kell elhelyezni. A detektálandó hullámhosszt az optika rács



5.4. ábra. A blazing technika.

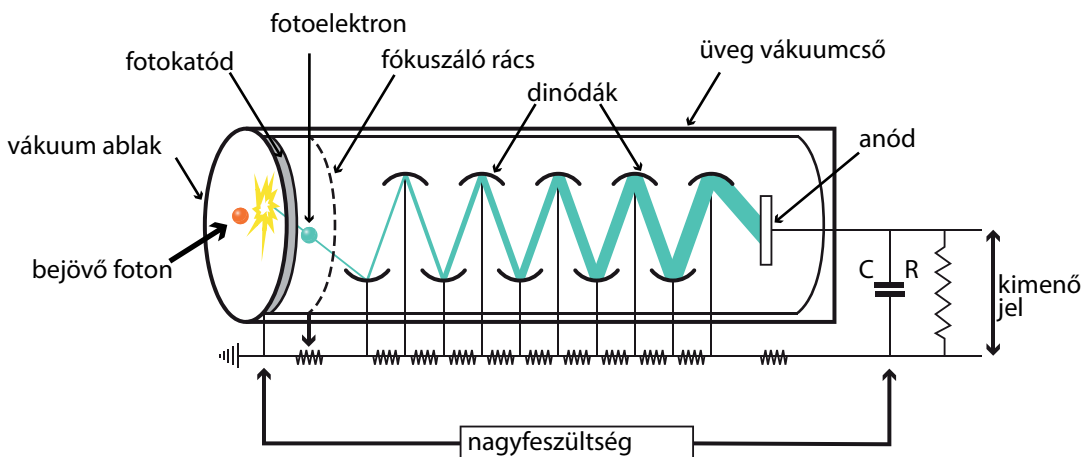
elforgatásával tudjuk beállítani. Ez az elrendezés egy széles hullámhossz tartományon működik. A rövidebb (XUV) hullámhosszakon a veszteségek elkerülése miatt már csak egy optikai elemet használhatunk, ekkor görbült rácsot használhatunk (Roland elrendezés), ami átveszi a Czerny-Turner spektrométerben található tükrök leképező szerepét is. A spektrométerekkel nem csak spektrális, hanem térbeli felbontást is megvalósíthatunk, ha a belépő résre képezzük pl. egy atomnyaláb vonala menti sugárzást.



5.5. ábra. A spektrométer elvi elrendezési rajza.

5.3.2. Detektorok: fotoelektronsokszorozó, CCD és CMOS kamera, képerősítő

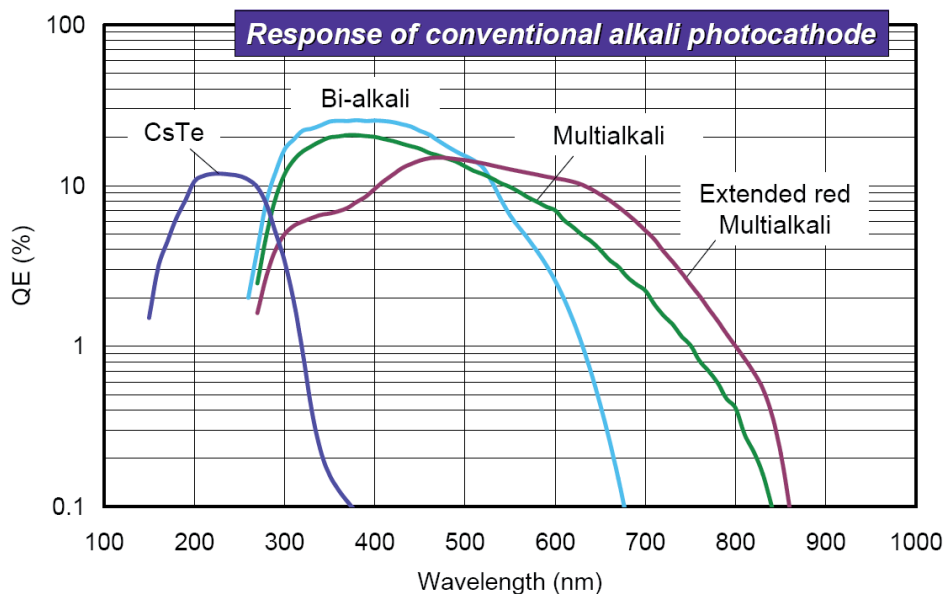
Fotonok detektálására használt legalapvetőbb eszköz a fotoelektronsokszorozó (5.6 ábra). A bejövő foton a vákuumcsőben elhelyezkedő fotokatódból fotoeffektussal egy elektront kelt, amit a dinódákra adott pozitív feszültség lánccal dinódáról dinódára gyorsítunk. Ha egy elektron a dinódával ütközik, akkor onnan több másodlagos elektront vált ki, így megsokszorozva az elektronokat, amiket az anódon detektálhatunk. A fotoelektronsokszorozó nagy előnye a nagyon nagy (akár 10^6 -szoros) és kis zajú erősítés, ezért nagyon jó időbeli felbontás érhető el velük. Hátrányuk, hogy nagyon érzékenyek a mágneses térre (mivel elektronok szabadon repülnek a dinódák között), ezért a fúziós kísérletekben a plazmától el kell őket távolítani. Ebben az esetben a fényt általában üvegszálakkal juttatjuk el a fotoelektronsokszorozókhoz. Léteznek egy vagy két dimenziós fotoelektronsokszorozó is, ezeknél az egész elektronsokszorozó láncot (dinódák, anód) többszörözik meg egy vagy kétdimenziós struktúrában. Jellemzően 10-100 csatorna van egy kétdimenziós mátrixba szervezve.



5.6. ábra. Fotoelektronsokszorozó felépítése.

A fotoelektronsokszorozó spektrális érzékenységet a fotokatód határozza meg. A fotokatódot a kvantumhatásfokkal jellemezzük, amely az egy foton következtében kilépő elektronok átlagos számát jelenti. A 5.7 ábrán több fotokatód anyag kvantumhatásfoka látható a hullámhossz függvényében. Itt látható, hogy a kvantumhatásfok nem túl magas, maximum 0.2, azaz átlagosan öt fotononként keletkezik egy elektron. Hogy optimalizáljuk a kvantumhatásfokot a látható és az UV tartományokra más-más fotokatód anyagot érdemes használni.

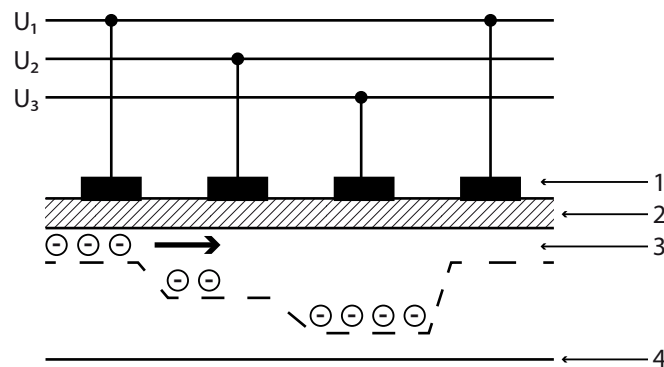
A két dimenziós félvezető képalkotó eszközöket (kamerákat) a MOS (Metal Oxide Semiconductor) technológia teszi lehetővé. Egy MOS tároló elem három alapvető részből



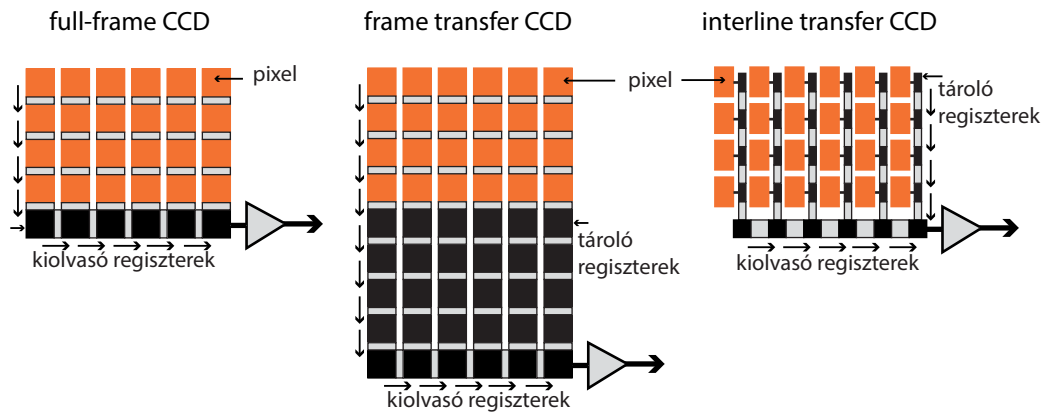
5.7. ábra. Különböző fotokatódok kvantumhatásfoka.

áll: szennyezett félvezető alapréteg, szigetelő zóna (általában szilícium-dioxid), elektróda (5.8 ábra). A szilícium alapréteg vezetési tulajdonságát a tiszta Si kristály szennyezésével lehet befolyásolni. A szilícium négy vegyértékelektronnal rendelkezik, ezért ha a kristály kialakításakor három vegyértékelektronnal rendelkező atomokat (pl. gallium) juttatunk a szilíciumok közé, akkor csak három teljes értékű kötés alakul ki és a szabadon maradt elektron mellett egy, a környezethez képest pozitív töltésű lyuk jelenik meg (P típusú szennyezett kristály). Ha öt külső elektronnal rendelkező atomokkal szennyezzük a kristályt, akkor kialakul mind a négy teljes értékű kötés, de marad egy szabad elektron (N-típusú, negatív szennyezés). Ha P típusú egység elektródájára pozitív feszültséget kapcsolunk, akkor a félvezető rétegben a Si-SiO₂ határréteg közeléből eltávolodnak a pozitív lyukak és egy pozitív lyuk kiürülési zóna alakul ki. A kristály kötésben lévő elektronok szabadabbá válhatnak az egymással való ütközéseik következtében is, és a keletkező elektron-lyuk párok szétválasztódnak, és az elektronok felgyülemlenek a pozitív elektróda közelében az ún. inverziós rétegben egy egyensúlyi állapotot létrehozva. Ezt az effektust nevezzük sötétáramnak. A sötétáram keltette töltéseken kívül a fényérzékelésre használt MOS elembe a fotoeffektus hatására a beérkezett fény mennyiségével arányos nagyságú töltés halmozódik fel az inverziós rétegben. A MOS elembe összegyűlt töltéseket az ún. töltéscsatolás (charge coupling) segítségével tudjuk kiolvasni. Minden harmadik elektródára azonos feszültséget adva és ezeket a 5.8 ábrán látható módon ciklikusan változtatva az egyes töltéscsomagok balról jobbra mozognak.

2D CCD (charge coupled device) detektort építhetünk, ha a MOS egységeket (pixel)



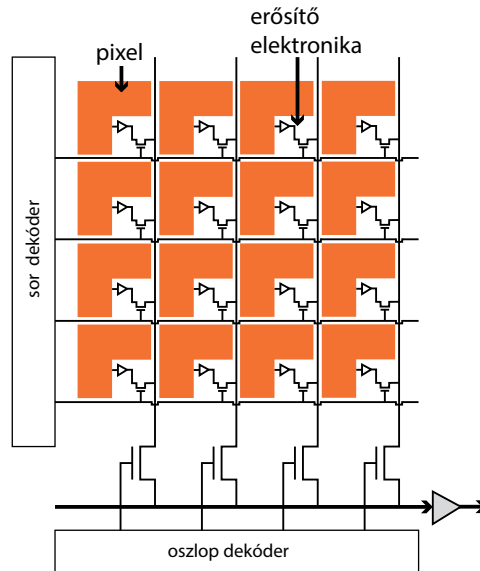
5.8. ábra. Egy MOS tároló elemei: elektróda (1) szigetelő zóna, (2) szennyezett (3) félvezető alapréteg.



5.9. ábra. CCD szenzorok típusai.

mátrixba rendezzük. A mátrix oszlopa mentén pixelek csak az elektródák terével vannak elszigetelve, így lefelé le lehet a pixelek töltését soronként léptetni a kiolvasó pixelsorba, ahol oldalirányban lehet mozgatni a töltéseket, amiket egy erősítő áramkör és egy analóg digitális átalakítóval (ADC) digitalizálunk. Az ilyen működési elvű CCD szenzort nevezzük full frame CCD-nek. Ennek az elrendezésnek a hátránya, hogy a még ki nem olvasott sorok továbbra is fényt kapnak, de már nem az eredeti helyükön, hanem ahol éppen tartanak a lefelé mozgatás során. Ennek elkerülésére a fényérzékeny mátrix alá egy hasonló méretű mátrixot alakítottak, hogy hogy kiolvasás előtt itt tároljuk a képet (frame transfer CCD). A harmadik szenzor típus az interline CCD: itt a pixelek közé helyezték el a fényre nem érzékeny regisztereket, ahova egyetlen lépésben átmásolható a fényérzékeny pixelekből gyűjtött töltések, ami már az ismertetett módon kiolvasható. Az eljárás hátránya hogy a fényre nem érzékeny regiszterek a hasznos felületből vesznek el

területet, ami akár 50%-ot is elérheti, amit mikrolencsék használatával csökkenthetünk.

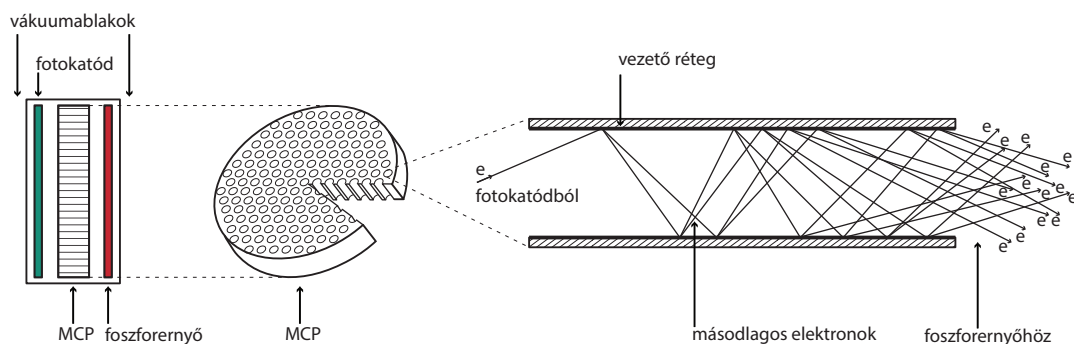


5.10. ábra. A CMOS szenzor elvi felépítése.

A CMOS (Complementary Metal-Oxid Semiconductor) technológiás érzékelők esetében nincs szükség töltéscsatolásra, mert itt minden egyes képpont saját erősítővel rendelkezik, ami a töltéseket feszültséggé alakítja. Minden pixelt egyenként lehet címezni, így akár egyenként ki is olvashatjuk őket, vagy egyes pixelcsoportokat. A CMOS szenzorokra nagyon könnyű integrálni egyéb áramköri elemeket. Manapság a CMOS lapkák már tartalmazzák az analóg-digitális átalakítókat is, sőt egyes esetekben előidejű feldolgozást is végeznek. A CMOS szenzorok további előnye a kis fogyasztás, kisebb hőtermelés (alacsonyabb termikus zaj). Az előnyökért azért árat is fizetünk: a pixelek egyedi erősítőit nem lehet pontosan beállítani, ezért ezek extra zajt adnak a képhez. A CMOS szenzorok hatalmas előnye a CCD-khez képest, hogy velük megsokszorozható a képkiolvasás sebessége. Egy modern 1 megapixel-es szenzor akár 7500 képet is képes készíteni egy másodperc alatt (7500 fps), és ha egy 64×64 pixel tartományt olvasunk csak ki akkor 1 millió kép is készíthető egy másodperc alatt.

Kétdimenziós képerősítőket lehet használni ha kevés fotonunk van ahhoz, hogy CCD vagy CMOS kamerával megfelelő képet kapjunk. A 5.11 ábra bal oldalán egy Micro Channel Plate-re (MCP) alapozott képerősítő elvi vázlata látható. Az MCP egy olyan elektronsokszorozó, ami sűrűn elhelyezett kb. $10\mu\text{m}$ átmérőjű kis csatornából áll, aminek a belső felén egy vezető réteg található (lásd a 5.11 ábra középső és jobb oldali részét). Az elektronok a csatornán ide-oda verődve másodlagos elektronokat keltenek.

Hasonlóan a fotoelektronsokszorozókhoz ez a fényerősítő is vákuumban elhelyezett fotokatóddal kezdődik, ami a fotonokat elektronokká konvertálja. Az elektronok a néhány



5.11. ábra. MCP alapú képerősítő felépítési vázlata.

100V gyorsító feszültség hatására az MCP csatornáiban megsokszorozódnak, majd a csatornákból kilépve egy foszfor ernyő segítségével ismét fotonokká konvertálódnak. Foszfor ernyőből többféle is létezik, megfelelő választásával meghatározható, hogy milyen hullámhosszúak legyenek a fotonok és hogy milyen hosszú legyen az ernyő utánsugárzása (egy elektron becsapódása milyen hosszán vált ki fotonokat; ez változhat 10ns-től néhány s-ig). A foszfor ernyőn kialakult képet általában lencserendszerekkel (relay optics) képezzük tovább a használt kamera szenzorjára.

5.4. Passzív spektroszkópia

A passzív spektroszkópia a plazmából fényt gyűjtve ad információkat a plazma paramétereiről. Ebben a fejezetben azt tárgyaljuk, hogy a vonalas sugárzás vonalalakjának meghatározásából mely plazma paraméterek határozhatóak meg.

Ha a vonalas sugárzást kibocsátó atomok egy magas hőmérsékletű és ritka plazmában találhatóak akkor spektrum vonalak alakját a Doppler kiszélesedés határozza meg, mivel a természetes vonalszélesség, amit az átmenetek energiájának a bizonytalansága okoz az sokkal kisebb. Az atomok termikus mozgása miatt a vonalak frekvenciája $\omega = \omega_0(1 \pm v/c)$ Doppler eltolódást szenved (ω_0 az átmenet nyugalmi frekvenciája). Egy fúziós plazmabeli ion tipikus sebessége a $10^4 m/s$ nagyságrendű, ami relatíve nagy, 1.3×10^{-4} relatív hullámhossz eltolódást jelent. Az atomok sebesség eloszlására Maxwell eloszlást

$$n_a(v)dv = N \left(\frac{m_a}{2\pi kT} \right)^{1/2} \exp \left(-\frac{m_a v^2}{2kT} \right) dv \quad (5.12)$$

feltételezve, (m_a az atomtömeg, N az atomok száma) a sugárzás eloszlását az ω_0 nyugalmi frekvencia körüli Gauss alakban kaphatjuk:

$$I(\omega) = I_0 \exp \left[-\frac{m_a c^2 (\omega - \omega_0)^2}{2kT \omega_0^2} \right]. \quad (5.13)$$

A Gauss alak $\Delta\omega_D$ félértékszélessége:

$$\Delta\omega_D = \frac{2\omega_0}{c} \sqrt{2\ln 2 \frac{kT}{m_a}} \quad (5.14)$$

vagy a sokkal jobban használható kifejezés a hullámhosszra:

$$\frac{\Delta\lambda_D}{\lambda_0} = 2\sqrt{2\ln 2 \frac{kT}{m_a c^2}}. \quad (5.15)$$

Tehát ha megmérjük egy atom vagy ion egyik vonalának a kiszélesedését, akkor annak a felérték szélességéből meghatározhatjuk az adott részecskék hőmérsékletét. Érdeemes megemlíteni, hogy a spektrométer maga is kiszélesíti a mérendő spektrumvonalat és az instrumentális kiszélesedés is Gauss profilt eredményez ami megnehezíti a kiértékelést.

Ha egy atom vagy ion külső mágneses van, akkor a mágneses tér hatására a spektrumvonalak felhasadnak (Zeeman felhasadás), mivel a perturbálatlan Hamilton függvényhez egy perturbáló tag is hozzáadódik, amelyik arányos a külső mágneses térrel. A felhasadás mértéke arányos a mágneses térrel, ezért annak meghatározására lehet használni. Például 1T mágneses térben egy 500nm-es vonal felhasadása 0.25nm.

Atomi spektrumvonalak külső elektromos térben is felhasadnak (Stark effektus). Ennek az az oka, hogy az elektromos tér az atomot polarizálja, majd az így keletkező dipól momentummal kölcsönhatva az elektronpályák energiaszintjei eltolódnak és felhasadnak. A plazmában levő töltött részecskék a Coulomb ütközések alatt erős elektromos teret éreznek. Mivel ennek a térnek nincs kitüntetett iránya és nagysága ez a spektrumvonalak Stark effektus általi kiszélesedését okozzák. A Stark kiszélesedést közelítőleg megadhatjuk a következő egyszerű alakban:

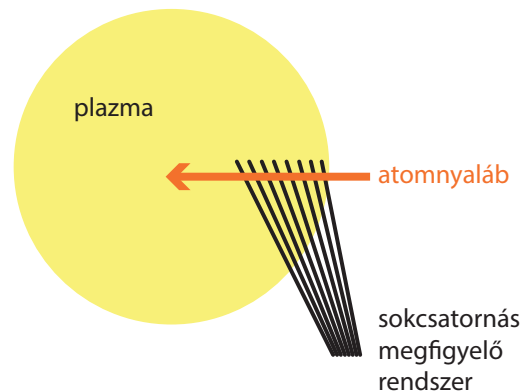
$$\Delta\lambda_{STARK} = A_S n_e^{2/3}, \quad A_S = 6 \times 10^{-11} \lambda^2 \frac{n^2}{Z}, \quad (5.16)$$

ahol A_S az egy adott vonalra jellemző állandó, n a felső szint főkvantumszáma. A Stark kiszélesedésből az elektron sűrűség határozható meg. Például a H_β vonalra és $n_e = 10^{14} \text{cm}^{-3}$ elektron sűrűségre a Stark kiszélesedés $\Delta\lambda_{STARK} = 0.043 \text{nm}$.

5.5. Aktív spektroszkópia részecske nyalábok segítségével.

Már a magas hőmérsékletű plazmafizikai kutatások kezdetén felmerült, hogy diagnosztikai célra érdemes lenne atomnyalábokat a plazmába injektálni, mert a semleges részecskék gond nélkül keresztül jutnak az erős mágneses téren. Mivel korona egyensúly jó közelítéssel fennáll az atomok a plazmába jutva a plazma elektronjaival ütközve gerjesztődnek, majd spontán bomlással fényt bocsátanak ki. A zömében elektron ütközések kiváltotta

ionizáció miatt a nyaláb lassan elfogy, mivel az ionok leragadnak a mágneses erővonalon ahol ionizálódtak. Tehát ha megfigyeljük a nyaláb atomok által kibocsátott vonalas sugárzás nyaláb menti eloszlását (lásd pl. 5.12 ábrát), akkor egy megfelelő atomfizikai modell segítségével meghatározhatjuk a plazma nyaláb menti elektronsűrűség és/vagy elektron hőmérséklet eloszlását. Az ilyen típusú diagnosztikát hívjuk nyalábemissziós spektroszkópiának. Ha alkálifémeket (pl. Li, Na) választunk nyalábatomoknak, akkor a modell az lényegesen leegyszerűsödik, mivel - az atomok energiájától függően - a modellben lényegében elegendő csak rezonancia átmenet figyelembe venni, azaz egy egyszerű két szintes modellel jól leírhatjuk a nyaláb fénykibocsátását. Az alkáli földfémek másik nagy előnye az ütközéses ionizációs és gerjesztési rátakoefficienseik egy széles tartományban alig függenek a plazma elektron hőmérsékletétől.



5.12. ábra. Nyalábemissziós spektroszkópia elvi elrendezése.

Mivel a detektált fény arányos a plazma elektronsűrűségével, a fény fluktuációiból következtethetünk az elektronsűrűség fluktuációira, azaz a plazma turbulens transzportját is lehet vizsgálni.

Jellemzően három típusú atomnyaláb használata terjedt el az elmúlt harminc évben: termikus nyalábok ($E < 0.1eV$), szupratermikus nyalábok ($E \sim 10eV$) és a nagy energiájú gyorsított nyalábok ($10-100keV$). A nyalábok különböző energiájuk miatt különböző mértékben képesek a plazmába hatolni - ez persze függ a berendezés méretétől is. Egy kis vagy közepes méretű berendezésben a termikus nyalábokkal a SOL-ba, a szupratermikus nyalábokkal a SOL-ba és bezárt plazma szélébe míg a nagy energiájú nyalábokkal egészen a bezárt plazma külső részéig juttathatunk el atomokat. Ebben a fejezetben főként a technikai alapokra koncentrálunk, a különböző módszerek felhasználásával elért kísérleti eredmények más fejezetekben (például turbulencia) találhatóak.

5.5.1. Termikus nyalábok

Termikus nyalábokat anyaguktól függően kétféle módszerrel hozhatunk létre. Szobahőmérsékleten szilárd anyagok (például fémek) esetén egy kályhában állíthatjuk elő a szükséges gőznyomást, amit a kályha kinyitásával engedhetünk a plazmába. Ehhez persze a kályhát a plazma közvetlen közelébe kell elhelyezni, ami technikailag nem túl kedvező. Ilyen kályhákkal jellemzően alacsony olvadáspontú fémek (Li, Na) termikus atomnyaláb-jait hozzák létre.

Gázok esetén egy gyors nyitású szeleppel egy fúvókán keresztül nagy nyomású, de kis mennyiségű gázt engedhetünk a plazma szélébe. A fúvóka alakja és a gáz nyomása meghatározza a kialakuló nyaláb alakját és plazmába behatolási képességét. A leggyakrabban felhasznált gáz a hidrogén izotópjai és a hélium. Ennek a módszernek az előnyei a viszonylag egyszerű megvalósíthatóság mellett, a nagyszámú nyaláb atom miatt mérhető nagy fényesség, ami gyors méréseknél a jó jel/zaj viszony eléréséhez fontos. Diagnosztikai célra a hélium gázt használnak. Ebben a mérésben a hélium három különböző spektrumvonalát mérik egy időben a nyaláb behatolása mentén: $\lambda_1 = 668nm$, $\lambda_2 = 728nm$ szinglet és a $\lambda_3 = 706nm$ triplet vonalat. A nyaláb lassú behatolása miatt az adott gerjesztésekhez tartozó populáció sűrűségek a lokális plazma paramétereknek megfelelő időben állandó értékre állnak be. Bár a nyaláb egyre fogy az ionizáció miatt, a vonalak egymáshoz képesti intenzitásaránya csak a lokális plazma hőmérséklettől és sűrűségtől függ. Ha egy megfelelő atomfizikai modell rátaegyenleteit megoldjuk, akkor az adódik, hogy a két szinglet vonal intenzitás aránya (I_1/I_2) csak a plazma elektron sűrűségétől függ míg az elektron hőmérséklettől való függés elhanyagolható, azaz a sűrűséget lehet vele meghatározni. Ugyanakkor a szinglet és a triplet vonal intenzitásának az aránya (I_1/I_3) - pont fordítva - nem érzékeny a sűrűség változásra és a hőmérséklet profilt lehet vele visszaállítani.

Az utóbbi időben egyre elterjedtebb a termikus nyalábok másik alkalmazása a Gas Puff Imaging. Ennél a technikánál azt használjuk ki, hogy a szétterülő sűrű nyaláb atomjai lokálisan "kivilágítják" a plazma szélét, mivel a fényintenzitása arányos az atomok sűrűségével. Mivel másrésről a fényintenzitás többé-kevésbé a helyi elektronsűrűséggel van kapcsolatban ennek a fénynek a mágneses felületek menti eloszlását gyors kamerákkal (100kHz képfrekvencia) detektálva következtetéseket vonhatunk le a plazma szélén lejátszódó turbulens transzportról, illetve a H-módban megfigyelhető szél plazma instabilitásokhoz köthető helikális filamentumokról.

5.5.2. Szupratermikus nyalábok

A nyalábgenerálási módszereket áttekintve megállapítható, hogy az 1-10 eV-os energiatartományban nehéz intenzív atomnyalábot létrehozni. Ennek az energiatartománynak lefedésére született egy módszer, melynek a lényege következő ([Kocsis,1991]). Párolgassunk néhány μm vastagságú fém filmet egy üveg targetre. Ha ezt a réteget egy

intenzív lézerimpulzussal, melynek az energiasűrűsége $1-100 \text{ J/cm}^2$ tartományba esik, az üveglapon keresztül megvilágítjuk, akkor a fémréteget mintegy "lefújva" egy olyan atomnyalábot nyerhetünk, mely az üveglemez normálisának az irányában terjed és melynek az energiája a fenti energiatartományba is esik. A fémréteg ilyen típusú "lelövését" nevezzük lézer blow-off-nak (LBO), az így előállított atomnyalábot lézer blow-off (LBO) atomnyalábnak.

A lézer blow-off nyalábban található atomokat vizsgálva megállapították, hogy az atomok egy csomagban terjednek egy adott transzlációs sebességgel. A csomagot alkotó atomok sebességeloszlására az esetek többségében kielégítően illeszthető egy a transzlációs sebesség körüli termikus sebességeloszlás. Az atomcsomagok transzlációs sebessége (v_c) a lézer energiasűrűsége függvényében $v_c \sim I^{1/3}$ hatványfüggvény szerint változik. A csomagban található atomok száma maximális egy adott lézer energiasűrűségnél ami annak köszönhető, hogy növelve a lézer energiasűrűségét a target megvilágított részéből egyre nagyobb rész tud atomizálódni. Azonban még tovább növelve az energiasűrűséget az atomok egy része ionizálódik, csökkentve az atomok számát a csomagban. A csomagok hossza repülési időben mérve rövid: 1m-re a targettól kisebb mint $300 \mu s$, szögeloszlásuk félértékszélessége tipikusan $8^\circ - 15^\circ$.

Levegőn nehezen kezelhető anyagokat (alkáli fémek) is használhatunk u.n. szendvics targetek segítségével. Ezeket úgy készítették el, hogy az üvegre párologtatott rétegre még egy - levegőn kémiaiag nem aktív - réteget párologtattak (pl. Al). Kétrétegű target esetén két atomcsomag volt a nyalábban: más volt a sebessége a két típusú anyagnak.

A lézer blow-off atomnyaláboknak két főalkalmazási területe alakult ki: szennyezők transzportjának vizsgálata és határréteg plazma elektron sűrűségének és hőmérsékletének a meghatározása. A plazmában található szennyezők vizsgálata fontos kérdés, azonban a természetesen jelenlevő szennyező atomok és ionok vizsgálata nehéz, mivel ismeretlen a szennyezők forrásfüggvénye, és kicsi a szennyezősűrűség, azaz nehéz őket detektálni. Mindezekben a problémákon felülemelkedhetünk ha az LBO módszerrel, jól kontrollált módon juttatunk szennyezőket a plazmába. Így sokféle elemet lehet a plazmába juttatni, úgy hogy ismert a szennyező atomok forrásfüggvénye. Az atomok injektálásának az időtartama sokkal rövidebb, mint a plazma fontosabb transzport időállandói, a bejuttatott szennyező anyagmennyiség a plazmára kifejtett perturbáló hatása kicsi. A lézer bow-off módszerrel bejuttatott szennyezők sugárzását detektálva például meghatározhatjuk azok összetartási idejét is.

A SOL sűrűség és hőmérséklet eloszlásának az ismerete nagyon fontos a plazma-fal kölcsönhatások vizsgálatakor. Az LBO nyaláb esetén röviden bemutatunk egy lehetséges módszert az elektronsűrűség meghatározására, ahol a LBO technikát ötvözték egy rezonancia fluoreszcenciás kísérlettel. Ha egy LBO atomnyalábot injektálunk a plazmába, akkor az atomok elektronütközéses gerjesztés miatt fotonokat bocsátanak ki. Legyen nátrium atomnyalábunk és (a 5.12 ábrán látható tipikus elrendezésben figyeljük meg a nátrium rezonancia vonalát (D_1 vonal, $\lambda = 589.59 \text{ nm}$). Az atomot jó közelítéssel egy két állapotú rendszernek tekinthetjük, és korona egyensúlyt tételezhetünk fel. Ebben az

esetben a lokálisan kibocsátott fotonfluxus a következő alakban adható meg:

$$I_S(r, t) = n_a(r, t)n_e(r) \langle \sigma_e v \rangle V_S \Omega_S / 4\pi \quad (5.17)$$

ahol n_a és n_e a lokális LBO atom és plazma elektron sűrűség, $\langle \sigma_e v \rangle$ az elektronütkezéses gerjesztési rátakoefficiens, V_S a detektorra leképezett kölcsönhatási térfogat, Ω_S a detektálás térszöge és r a plazma közepétől mért távolság.

A lokális atomsűrűség lézerrel indukált fluoreszcencia segítségével meghatározható. Az LBO nyalábot szemből, egy nagyon rövid (10ns), intenzív és a nátrium D_1 vonalára hangolt lézerimpulzussal megvilágítjuk, akkor erre a rövid időre akkora fotonfluxust érhetünk el, hogy az összes atomot a telítésbe gerjesztjük. Kétállapotú rendszerek esetén a rezonáns gerjesztésnek köszönhető lokális fotonemisszió a következő:

$$I_{RF}(r, t) = \frac{g_2}{g_1 + g_2} n_a(r, t) A_{21} V_{RF} \frac{\Omega_{RF}}{4\pi} \quad (5.18)$$

ahol g_1 és g_2 az alap és a gerjesztett állapot elfajultsága, A_{21} a spontán emisszió Einstein koefficiense. Ha a megfigyelt spektrum vonalnál A_{21} és $\langle \sigma_e v \rangle$ ismert és $\langle \sigma_e v \rangle$ nem függ az elektron hőmérséklettől (pl. Na, Li), akkor ebből a két egyenletből a lokális elektronsűrűség meghatározható:

$$n_e = \frac{g_2}{g_1 + g_2} \frac{A_{21}}{\langle \sigma_e v \rangle} \frac{I_S}{I_{RF}} \quad (5.19)$$

Itt feltételeztük, hogy $V_S = V_{RF}$ és $\Omega_S = \Omega_{RF}$. Tehát ha a kísérletekben az atomnyaláb mentén megmérjük az atomnyaláb elektronütkezéses gerjesztés okozta sugárzását és a rezonancia fluoreszcencia fényt, a kettő hányadosa arányos lesz a lokális elektron sűrűséggel.

A lokális atomsűrűség viszonylag bonyolult rezonancia fluoreszcenciás kísérleti meghatározását mellőzhetjük, ha az atomok nyaláb menti fogyását rátaegyenletek megoldásával kiszámoljuk. Általában ezt a módszert alkalmazzák a termikus és a gyorsított nyalábok esetén.

5.5.3. Gyorsított nyalábok

A gyorsított nyalábok nagy előnye, hogy mélyebbre képesek a plazmába hatolni. Egy előző fejezetben már tárgyalt semleges fűtőnyalábokhoz nagyon hasonló a szennyező atomokat tartalmazó nyaláb előállítás és gyorsítása ([Dunai,2010]). A leggyakrabban használt lítium atomnyalábnál az ionforrás alapja egy porózus volfrám szivacs, amibe magas hőmérsékleten (>1300 C) lítium tartalmú kerámiát olvasztanak. Ezt a szilárdtest ionforrást nevezik emitternek. Az emittert az ionoptika kiindulópontjába helyezzük. Az ionoptika két fokozatból áll, a kihúzó fokozatból és a gyorsító fokozatból. Az ionforrás körüli Pierce elektród és a kihúzó fokozat közé kapcsolt néhány kV feszültség emeli ki az ionokat a

felhevített ionforrásból, míg a kihúzó és a földpotenciálon levő cső közé kapcsolt 30-100 kV gyorsítja őket a végső sebességre. A helyes geometria megválasztásával a gyakorlatban az atomnyaláb szélessége kb. 1-1,5cm. Ezután az ionnyaláb egy eltérítő lemezpár között fut át, amire külső feszültséget tudunk kapcsolni. Ez a feszültség függvényében a feszültség nagyságának és irányának megfelelően eltéríti az ionnyalábot. Ezzel el lehet érni, hogy a nyaláb a plazmában egy a nyalábra merőleges tartományt le tud szkennelni.

A nyaláb ezután a semlegesítő kamrába jut. Itt a környező vákuumhoz képest nagy nyomású alkáli fémgőz van, leggyakrabban nátrium. A nyaláb atomjai töltéskicserélődési reakcióval semlegesítődnek kb. 80-90% hatásfokkal. A töltéscsere reakció szerencsés sajátossága, hogy az ionok sebességét nem változtatja meg. A tokamak működés közben a nem semlegesítődött ionokat a berendezés mágneses tere eltéríti, és azok így nem érik el a plazmát.

A nyaláb kibocsátott fényét megfigyelő rendszert úgy kell megtervezni, hogy lehetőleg a nyaláb teljes ionizálódásáig az egész fényprofil látsszon a plazmában. Egy valós kísérletben ez 10-30 cm megfigyelési tartományt jelent plazma sűrűségtől és nyaláb energiájától függően. A lítium nyalábok legfontosabb felhasználási területe a plazma elektronsűrűség eloszlásának a meghatározása, de - mint a turbulencia fejezetben erről részletesen szó lesz - ez a plazma turbulencia vizsgálatának egyik fontos eszköze.

5.6. Aktív spektroszkópia elektromágneses nyalábokkal

Az aktív spektroszkópia másik nagy csoportja, amikor a diagnosztikai céllal a plazmába elektromágneses hullámokat injektálunk. Ebben a részben két diagnosztika csoportról, az interferometriáról és a Thomson szórásról lesz szó.

5.6.1. Interferometria

Elektromágneses nyalábok plazmabeli terjedése bonyolult dolog, mivel a mágneses tér jelenléte nagyfokú anizotrópiát okoz. Azonban ha elhanyagoljuk az ionok termikus mozgását, akkor a plazma törésmutatóját az u.n. Appleton - Hartree formulával adhatjuk meg, ami nemlineáris függvénye az ω_P plazma frekvenciának, az elektron ciklotron frekvenciának és plazmán áthaladó elektromágneses hullám ω frekvenciájának és a mágneses térhez viszonyított terjedési irányának. Ha az elektromágneses hullám terjedési iránya (\vec{k}) merőleges a mágneses térre és elektromos tere párhuzamos vele (ordinárius hullám), akkor az N törésmutatóra következő egyszerű kifejezést kapjuk:

$$N^2 = 1 - \frac{\omega_P^2}{\omega^2} = 1 - \frac{e^2}{\epsilon_0 m_e \omega^2} n_e = 1 - \frac{n_e}{n_c}, \quad (5.20)$$

ahol $n_c = \omega^2 m_e \epsilon_0 / e^2$ a cutoff sűrűség. Látható, hogy a cutoff sűrűségnél nagyobb sűrűségekre $N^2 < 0$, azaz a hullám evanescens. Ha egy k hullámszámú hullám a plazmán egy l húr mentén halad keresztül, akkor a vákuumbeli terjedéshez képest

$$\phi = \int k dl = \int N \frac{\omega}{c} dl \quad (5.21)$$

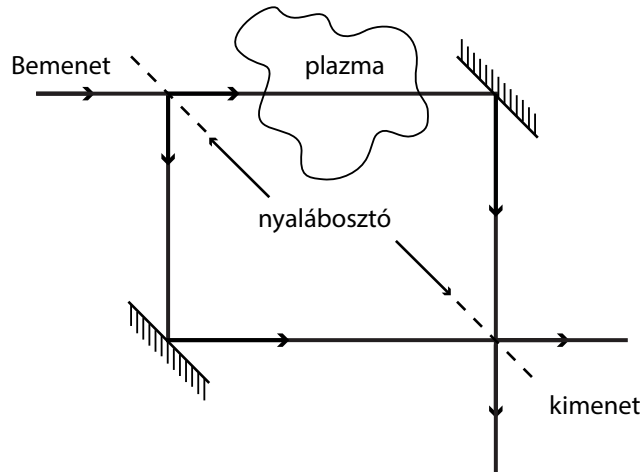
fáziseltolódást szenved. Azaz a 5.13 ábrán látható Mach-Zehnder interferométer elrendezésben a plazmán átmenő és a vákuumág közötti $\Delta\phi$ fázis különbség

$$\Delta\phi = \int (k_{plazma} - k_0) dl = \frac{\omega}{c} \int (N - 1) dl \quad (5.22)$$

lesz. Ha teljesül az $n_e \ll n_c$ feltétel, akkor a törésmutató közelíthető a $N \approx 1 - \frac{1}{2} \frac{n_e}{n_c}$ kifejezéssel, azaz

$$\Delta\phi = -\frac{\omega}{2cn_c} \int n_e dl, \quad (5.23)$$

Tehát a fázis különbség arányos az elektron sűrűség nyaláb menti vonalintegráljával. A gyakorlatban plazmán áthaladó lézer vagy mikrohullámú nyaláb egy referencia nyalábhoz képesti fáziseltolódását mérjük meg, amiből a nyaláb mentén integrált sűrűséggel meghatározható. Egy valós mérésben több húron mérnek, és ebből Abel inverzióval állítják vissza a plazma sűrűség eloszlását. Sok berendezésen a plazma közepén átmenő húron mért vonalintegrált sűrűség jelet használják a plazmasűrűség szabályzására is.



5.13. ábra. Az Mach-Zehnder interferométer elvi felépítési vázolata.

5.6.2. Thomson szórás

Egy \vec{E} lineárisan polarizált síkhullám

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\vec{k}_0 \cdot \vec{r} - \omega_0 t) \quad (5.24)$$

terében egy nem relativisztikus elektron rezgő mozgást végez, mivel a mágneses tér elektronra gyakorolt hatása elhanyagolható. Az elektron gyorsulása

$$\vec{a}_e = \frac{e}{m_e} \vec{E}_0 \cos(\vec{k}_0 \cdot \vec{r} - \omega_0 t). \quad (5.25)$$

Az elektron gyorsulása miatt \vec{s} irányban kibocsátott sugárzása az elektrontól R távolságra,

$$\vec{E}_s(R, t') = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 c^2 R} (\vec{a}_e \times \vec{s}) \times \vec{s} \quad (5.26)$$

alakú lesz, ahol a retardált idő $t' = t - \vec{k}_s \cdot \vec{r}/c$. Látható, hogy a szórt fény frekvenciája megegyezik a síkhullám frekvenciájával. Ezt a típusú szórás első leírójáról nevezzük Thomson szórásnak. A fenti képletet egyszerűbb alakra is hozhatjuk

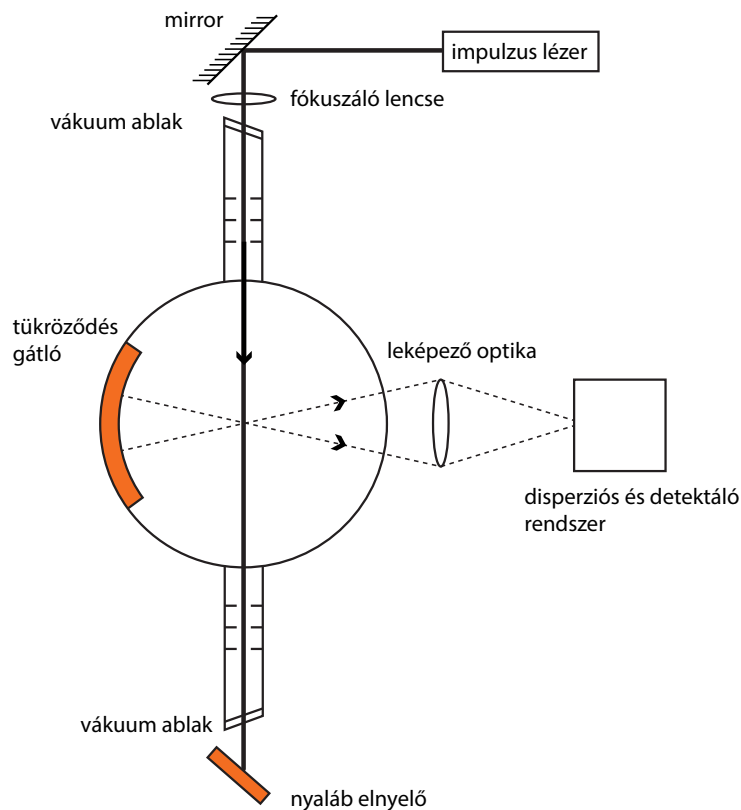
$$\vec{E}_s(R, t) = \frac{r_0^2 \vec{E}_0 \sin\Phi}{R} \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega_0 t), \quad (5.27)$$

ahol $r_0 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2} = 2.82 \cdot 10^{-15}$ [m] a klasszikus elektronsugár, Φ az \vec{E}_0 és \vec{s} által bezárt szög, $\vec{k} = \vec{k}_s - \vec{k}_0$ a differenciális szórás vektor. Látható, hogy a szórt intenzitás a legnagyobb az \vec{E}_0 elektromos térre merőleges síkon. A Thomson szórás differenciális hatáskeresztmetszete, azaz az egységnyi Ω térszögbe szóródott teljesítmény osztva a szóródó síkhullám egységnyi felületre eső teljesítményével megadható mint

$$\frac{d\sigma_T}{d\Omega} = \frac{\frac{1}{2} c \epsilon_0 |E_s|^2 R^2}{\frac{1}{2} c \epsilon_0 |E|^2} = r_0^2 \sin^2 \Phi. \quad (5.28)$$

A Thomson szórás hatáskeresztmetszete nagyon kicsi: $8 \cdot 10^{-30} m^{-2}$.

Eddig egy elektronon való szórás számoltuk ki, azonban a mérési térfogatban sok elektron van, ezért ezek együttes szórását kellene tudnunk. Ha az egyes elektronokon szóródott sugárzás fázisa véletlenszerű, inkoherens, akkor a teljes szórási teljesítmény az egyes elektronok teljesítményének az összege, azaz a detektálható fényintenzitás az elektronsűrűséggel arányos. Ez akkor teljesül, ha ez elektron és az őt körülvevő Debye árnyékolásból eredő szórt sugárzás fázisa közötti különbség nagy, azaz ha $k\lambda_D \gg 1$. Tehát inkoherens Thomson szórás akkor fog fellépni, ha a szóródó síkhullám hullámhossza kellően rövid. Ezért a kísérletekben nagy intenzitású (1-10 J), rövid impulzushosszú (10-20ns) szilárdtest lézert használnak, melynek a hullámhossza $0.7 - 1 \mu m$ (rubin vagy Nd:YAG lézer). Könnyen belátható, hogy ha az elektronok a \vec{k}_s hullám irányában Maxwell sebességeloszlást követnek, akkor a szórt sugárzás spektrális eloszlása Gauss függvényt követ,



5.14. ábra. Thomson szórás lehetséges elvi felépítése.

melynek a félértékszélessége arányos $\sqrt{T_e}$ -vel. Egy tipikus Thomson szórás elrendezés látható a 5.14 ábrán. Itt a lézer impulzust átbocsátva a plazmán a nyalábra közel merőleges irányokból mérik az elektronokon Thomson szórással szóródott fény intenzitását és a spektrumát, amiből a plazma elektron sűrűség és hőmérséklet eloszlása határozható meg. A lézer impulzusok előállításának gyakorisága adja a mérési frekvenciát, ez általában 10-20 Hz, de létezik több lézerrel magvalósított rendszer is, ahol a lézerek megfelelő időzítésével akár tízszer ekkora frekvencia is elérhető. Egy újabb, a JET-nél megépített és az ITER-re is tervezett változat a LIDAR (lézerradar). Itt a nyaláb és a megfigyelés egy tengelyen helyezkedik el és a visszafelé szórt fotonokat figyelik meg. Olyan rövid fényimpulzust indítanak (0.3 ns), hogy a különböző helyről szóródott fotonok időben elkülönülnek, tehát a visszaszórt fény intenzitásának és spektrális kiszélesedésének időbeli változása adja a sűrűség és elektron hőmérséklet térbeli eloszlását.

Ha $k\lambda_D \ll 1$ akkor a különböző elektronok szórásának a fázisa alig tér el, azaz, koherensen adódnak össze a szórt hullámok térorösségei. Ebben az esetben a szórt fényben

dominálni fog az ionok Debye árnyékoló felhőjében levő elektronokon való szórás, így ebben az esetben a szórt fény detektálásával az ionok hőmérsékletére következtethetünk.

6. fejezet

Bencze Attila: Plazma-fal kölcsönhatás

A kísérleti plazmafizika egyik legfontosabb feladata a plazma állapotát leíró fő paramétereinek (sűrűség, hőmérséklet) pontos meghatározása. A laboratóriumi plazmák esetében elkerülhetetlen, hogy a plazma és az őt körülvevő edény fala, illetve más szilárd komponensek kölcsönhatásba lépjenek egymással. Ezen kölcsönhatás (plazma-fal kölcsönhatás, PFK, angolul: plasma-surface interaction, PSI) mind a plazma, mind pedig az adott felület tulajdonságait alapvetően befolyásolja.

A PFK közvetlenül megnyilvánul a fizikai porlasztás folyamatában, amikor is a plazma nagy energiájú részecskéi nekiütközve a szilárd felületnek, annak atomjait "kiütik" a szilárdtest rácsban elfoglalt helyükből. A porlasztás során nagy rendszámú szennyező atomok kerülnek a plazmába növelve ezáltal a sugárzási veszteségeket.

A fizikai porlasztáson kívül, talán fontosabb, hogy a szilárd felületek (divertor, limiter, fal – ezekről később részletesen szólunk) jelenléte alapvetően befolyásolja a plazmában kialakuló sűrűség-és hőmérséklet-profilokat. Ennek oka az ún. Debye-réteg kialakulása a plazma-szilárd felület határán. A Debye-réteg egy vékony, elektromosan töltött réteg, melynek tulajdonságai megszabják a plazma felől érkező részecskeáramot. Erről a jelenségről a továbbiakban részletesen is szó lesz.

Tekintsük most azt az ideális helyzetet, amikor a toroidális mágneses térbe helyezett plazmát egy olyan vákuumedénnyel vesszük körül, melynek fala minden pontban tangenciális a helyi (legkívül futó) mágneses térrel (\mathbf{B} -vel). Eddigi tanulmányainkból tudjuk, hogy a részecskeáram-sűrűség döntő hányada a \mathbf{B} -vel párhuzamosan folyik, míg az erőmerőleges irányban egy sokkal lassabb diffúzió valósul meg. Ebben az ideális esetben, a PFK csupán a \perp -diffúzió keresztül valósul meg. Amennyiben viszont a helyzet eltér az ideálistól, az erővonalak valahol metszeni fogják az edény falát, melynek következtében a részecskeáram \mathbf{B} -vel párhuzamosan haladva nagy sebességgel éri el a Debye-réteget. Ebben az esetben lényegében a teljes PFK itt fog lezajlani.

A fizikai rendszerekről tudjuk, hogy a állapotuk nagyban függ a peremfeltételek-

tól, gyakran ezen feltételek kontrollálják a rendszert. A fúziós kutatások hajnalán, a figyelem középpontjában a magplazma állt, az a központi régió ahol a fúziós reakciók zajlanak. Nagyon hamar kiderült, hogy jelentős figyelmet kell fordítani a plazma szélén lejátszódó folyamatok megértésére is. A kezdeti berendezések teljesítmény-mérlegét felállítva kiderült, hogy ebben domináns szerepet játszik a szennyező atomok (ionok) által kibocsájtott sugárzási veszteség. Ezen szennyezők többnyire a plazma-fal kölcsönhatások révén kerültek a plazmába megakadályozva a fúzióhoz szükséges hőmérséklet kialakulását. A technológiai és fizikai kutatások ezen a területen is sok eredményt értek el, melynek következtében sokat csökkent a PFK általi szennyezés mértéke, de mind a mai napig a probléma nincs teljesen megoldva. Van jónéhány kérdés a plazmaszél, a határréteg-plazma és a PFK fizikájával kapcsolatban, melynek megválaszolása nagymértékben előmozdíthatja a fúziós alapon való energiatermelés ügyét. Ilyen kérdés: mi határozza meg a határréteg-plazma (SOL, ld. később) vastagságát, lehet-e ezt manipulálni? A határréteg-plazmába belépő teljesítményt szét lehet-e úgy osztani, hogy az a PFK szempontjából kezelhető szinten maradjon? Lehet-e a PFK során keletkező szennyezők térbeli eloszlását valahogyan külsőleg befolyásolni? A D-T reakciók során keletkező hélium természetesen szennyezőnek számít a plazma szempontjából, tehát ki kell vonni a plazmából; lehet-e a szélplazmát úgy manipulálni, illetve lehet-e olyan effektív szilárd felületi komponenseket (divertor) kialakítani, hogy a hélium kiszivattyúzása megfelelő hatékonysággal megtörténhessen? A plazmával kölcsönható különböző szilárd felületek anyaga, fizikai porlódás révén, átkerülhet és megkötődhet más felületeken ezáltal megváltoztatva annak fizikai-kémiai tulajdonságait. Vajon a radioaktív trícium meg tud-e kötődni és ha igen hol és mennyire, ilyen felületeken - mik ennek a sugárvédelmi következményei? Nyilvánvalóan, ezen kérdések mindegyikének megválaszolása szétfeszítené ezen jegyzet kereteit, ezért itt pusztán csak arra vállalkozunk, hogy az alapfogalmakat, az alapvető koncepciókat és modelleket tisztázzuk.

6.1. Határréteg-plazma, SOL

Ahogy azt a bevezető gondolatokban már említettük, a plazma töltött részecskéinek mágneses térre merőleges diffúziója sokkal lassabb, mint a párhuzamos sebesség, ami a hangsebesség nagyságrendjébe esik. Gondolatban képzeljük el egy iont, ami a tokamak plazma mágneses tengelyéről indulva radiálisan kifelé driftel. Természetesen a mozgás nem tisztán radiális, hiszen közben a részecskénk az erővonalak mentén intenzív helikális mozgást is végez. Mindaddig, amíg a zárt mágneses felületek tartományában mozog a \parallel -mozgás, kissé pontatlanul fogalmazva, érdektelen a klasszikus radiális diffúzió szempontjából. A helyzet drámai módon megváltozik, amint a részecske áthalad az utolsó zárt mágneses felületen (LCFS, ld. később). Mivel ebben a tartományban az erővonalak anyagi felületeket metszenek (limiter vagy divertor, ld. később), a mi ionunk a sebes \parallel -mozgás révén nagyon gyorsan kívül kerül a plazmán, ha úgy tetszik elnyelődik a felü-

leten, tehát "elvész" a plazma számára. Az utolsó zárt mágneses felületen kívül van egy keskeny plazma réteg, amit határréteg-plazmának (Scrape-Off-Layer, SOL) nevezünk és ami plazmanyelőként (részecske és energia nyelő) értelmezhetünk. A fenti kis példánkból is nyilvánvaló, hogy ennek a rétegnek a radiális kiterjedése igen korlátozott és általában nem terjed ki a vákuumkamara faláig. Ez a tény még jobban kidomborodik, amennyiben összehasonlítjuk a merőleges sebességet (v_{\perp}) és a párhuzamos sebességet (v_{\parallel}) a SOL-ban. A v_{\perp} kifejezhető a D_{\perp} merőleges diffúziós együttható segítségével: $v_{\perp} \simeq D_{\perp}/l_{\perp}$, ahol l_{\perp} a sűrűséggradiens radiális skálahossza, amely az a kissugár nagyságrendjébe esik. A D_{\perp} merőleges diffúziós együttható első elvekből való kiszámítása nagyon nehéz (valójában csak jobb-rosszabb közelítések vannak, mivel ez egy anomális diffúzió), ennél fogva mérési adatokra tudunk támaszkodni, mely szerint $D_{\perp} \approx 1 \text{ m}^2/\text{s}$. Amennyiben egy $a = 1 \text{ m}$ kissugarú plazmát tekintünk, a merőleges sebességek $\sim 1 \text{ m/s}$ -nak adódnak. A párhuzamos sebesség a hangsebesség nagyságrendjébe esik, ami a hőmérsékletek függvénye: $c_s \approx \sqrt{k_B(T_e + T_i)/m_i}$. Feltételezve $T_e = T_i = 25 \text{ eV}$ SOL hőmérsékletű deutérium plazmát, $c_s \approx 5 \cdot 10^4 \text{ m/s}$. A négy nagyságrend különbség a sebességek között világosan mutatja, hogy radiálisan a plazma nem juthat messzire, amikor kilép a nyílt mágneses felületek tartományába, hiszen azonnal "elszívja" a párhuzamos mozgás, tehát a határréteg-plazma kis radiális kiterjedésű.

Többféle szerkezet és geometria tudja megvalósítani ezt a plazmanyelő hatást. Általában két fő csoportra lehet ezeket a szerkezeteket osztani: limiterre és divertorra. Ezekről lesz szó a továbbiakban.

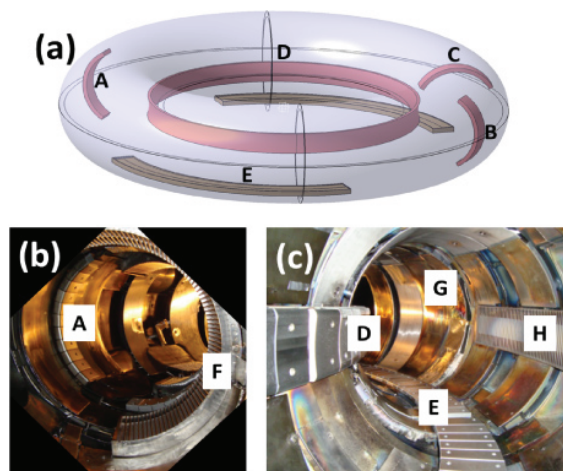
6.2. Limiteres plazma konfigurációk

A limiteres konfigurációnak talán a legegyszerűbb esete a *poloidális limiter*. Ilyenkor a belső sugárú, szilárd anyagból készült gyűrűket helyeznek egy, vagy több toroidális pozícióba a plazma köré (ld. 6.1 ábra). Az a sugáron kívül eső mágneses erővonalak ezeket a poloidális limitereket metszik, ezáltal biztosítva a plazmanyelő hatást. Köralakú keresztmetszetet feltételezve, az a jellemző távolság amit a részecskék megtesznek a mágneses térrel párhuzamosan haladva mígnem nekiütköznek valamelyik limiternek, egyszerűen adódik:

$$L \approx \frac{\pi R}{n}, \quad (6.1)$$

ahol n a poloidális limiterek száma, R a nagysugár. Itt implicit módon feltettük, hogy az erővonalak nem nagyon csavarodnak a plazma szélén, azaz q biztonsági tényező nem túlzottan kicsi. Az L mennyiség neve *csatolási hossz* (connection length). A definícióból adódik, hogy két olyan pont között melyek limiteren végződnek az erővonal menti távolság $2L$.

Egy másik lehetséges egyszerű limiter konfiguráció, az u.n. *toroidális limiter*. Ez nem más, mint egy toroidális irányba körbefutó szilárd anyagú gyűrű (ld. 6.1 ábra). Ebben a



6.1. ábra. Különböző limiter konfigurációk

konfigurációban az erővonalak csavarodását figyelembe kell venni, és mivel feltételezésünk szerint ez a csavarodás kicsi, a toroidális limiter esetében a csatolási hosszak nagyobbak, mint a poloidális limiter konfigurációkban.

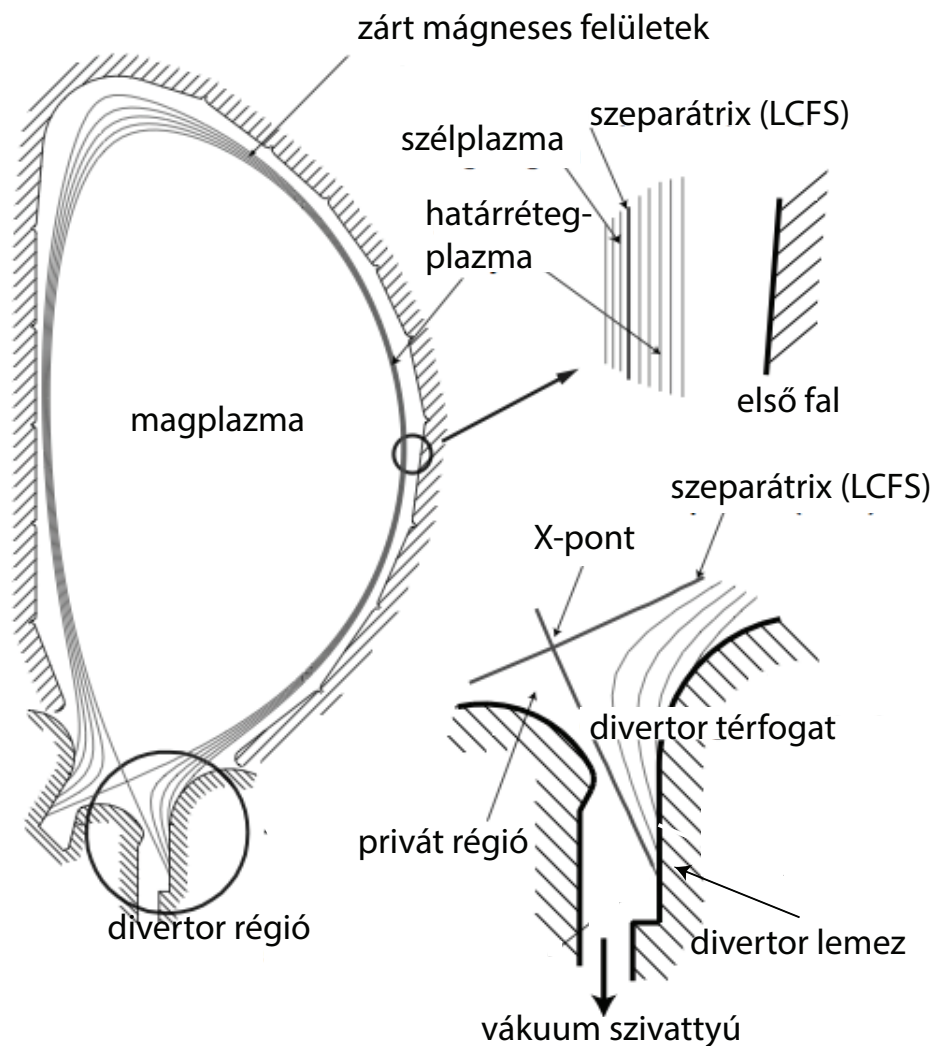
$$L \approx \pi Rq. \quad (6.2)$$

Az L értéke akár 100 m is lehet az olyan nagyobb tokamakokban, mint a JET - mindazonáltal figyelembe véve a v_{\parallel}/v_{\perp} nagyon nagy értékét, a SOL radiális kiterjedése cm nagyságrendű, még a nagy berendezésekben is.

6.3. Divertoros plazma konfigurációk

A magplazma (core plasma), a szélplazma (edge plasma) és a kamra fala közötti kölcsönhatások legfontosabb forrása a magplazmában leadott fűtési teljesítmény (ld. 6.2 ábra), amely lehet külső (NBI, ECRH, ICRH) vagy belső (ohmikus fűtés). Ezen energia egy része vonalas ill. folytonos sugárzások révén távozik a plazmából még a magplazmában, míg egy másik része transzportfolyamatok segítségével a mágneses téren keresztül (cross-field transport) eljut a szélplazmáig. Ismert kísérleti tény, hogy a szélplazma paraméterei (sűrűség-és hőmérséklet-gradiens) befolyásolják a magplazmában zajló transzportfolyamatokat és ezáltal az energiaösszetartási időt.

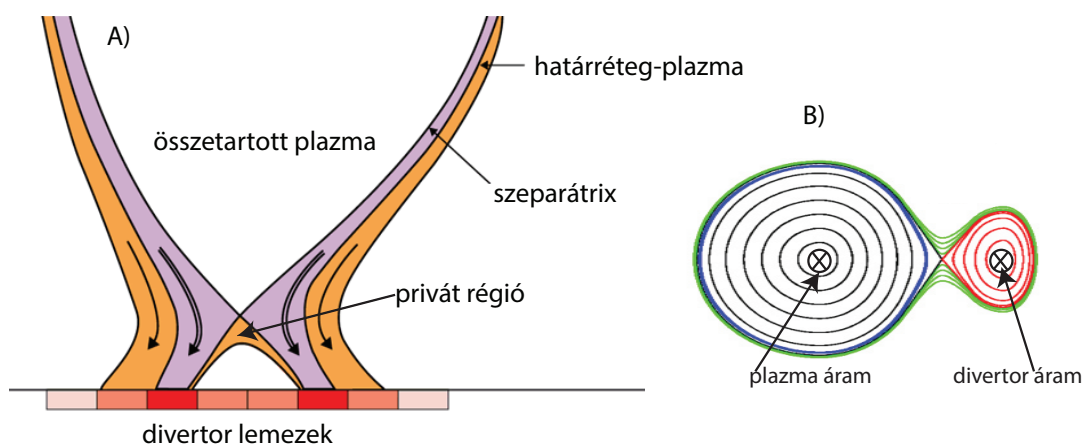
Az ún. divertoros konfigurációkban, a legkülső zárt mágneses felület rendelkezik (legalább) egy olyan ponttal melyre $\mathbf{B}_p = 0$, azaz a poloidális mágneses térnek zérushelye, és ez a pont a vákuumkamrán belül helyezkedik el. Ezt nevezzük X-pontnak. A legkülső mágneses felületet (LCFS, last-closed-flux-surface) szokták *separátri*xnak is



6.2. ábra. A divertoros konfiguráció részei.

nevezni. A szélplazma, mely az LCFS-en belüli közvetlen 1-2 cm-es tartomány, jelentősebb mennyiségű nem teljesen ionizált szennyezőt is tartalmazhat és némi semleges részecskét is. A szennyezők és a semleges részecskék, az ide érkező teljesítmény egy részét lesugározzák (leginkább vonalas sugárzás formájában), a többi része (P_{SOL}) belép a *határréteg-plazmába* (SOL, scrape-off-layer). A SOL-ba belépő teljesítmény, a nyílt erővonalak menti elektron-hővezetés révén, nagyon gyorsan „leborotválódik” (innen az angol nyelvű elnevezés). A térrel párhuzamos transzport és a térre merőleges transzport sebességének aránya meghatározza a SOL λ_{SOL} szélességét, amit úgy lehet definiálni, mint az

a jellemző távolság amin a teljesítmény e -ad részére esik. Mivel általában a párhuzamos transzport sokkal gyorsabb, mint a merőleges, a SOL radiális szélessége nagyon kicsi, tipikusan 3-5 mm a külső ekvatoriális síkon. Meg kell jegyeznünk még, hogy a sűrűség és hőmérséklet tekintetében az a SOL szélesség a fenti értéke 3-4 szerese is lehet, azaz tipikusan néhány centiméter. A határréteg-plazma nyílt erővonalai úgy vannak eltérítve (divertálva) külső tekercecsekben folyó áramok segítségével, hogy azok az u.n. *divertorban*, pontosabban a divertor-lemezekon végződjenek ide vezetve a P_{SOL} nagy részét (ld. 6.3 ábra).



6.3. ábra. A divertoros konfiguráció részei.

Azzal kezdtük a divertoros konfiguráció jellemzését, hogy kijelentettük, hogy a poloidális mágneses térnek valahol zérushelye van. Hogyan lehet ezt létrehozni? A legegyszerűbb modell a következő: Tegyük fel, hogy az I_p plazmaáram mellett létrehozunk egy toroidális tekercset melyben az I_p -vel azonos irányú I_D divertoráram folyik (ld. 6.3 ábra). Amennyiben ennek a két áramfonálnak a mágneses terét felrajzoljuk, azonnal látjuk, hogy a két fonál között létre fog jönni az u.n. X-pont és a nyolcas alakú szeparátrix. Az I_p áramot körülvevő felületek tartalmazzák az összetartott (fő)plazmát, míg az I_D áramot körülvevő mágneses felületeket elvágva valamilyen szilárd felülettel, vagy felületekkel (divertor lemezek) létrehozhatjuk a plazmanyelő tartományt, amit ebben az esetben divertornak nevezünk. Amennyiben a divertor lemezeket úgy helyezzük el, hogy azok ne essenek túl messze az X-ponttól (rövid divertorlábak esete), egy átlagos SOL erővonal hossza közelítőleg ugyanúgy számítható mint a toroidális limitereknél:

$$L \approx \pi Rq. \quad (6.3)$$

Van egy fontos gazdasági okunk arra, hogy a divertorlábakat a lehető legrövidebbre alakítsuk ki: a teljes divertor a toroidális tekercecsekben belül helyezkedik el és a kisülé-

sek költsége leginkább a mágneses tér kiterjedésétől és nagyságától függ. Ugyanakkor nyilvánvaló, hogy ennek a követelménynek ellentmond maga a divertor koncepció előnye a limiterhez képest. Nevezetesen azért érdemes divertoros tokamakokat építeni, hogy minél távolabb zajlódják le a PFK a fő összetartott plazmától. Tehát ebben az esetben is egy optimalizációs feladattal állunk szemben.

A poloidális mágneses tér zérushelye miatt a szeparátrixon futó csatolási hossz hossza végtelen. Azonban meg kell jegyezni, hogy a szeparátrix közelében nagyon erős a mágneses nyírás, aminek következtében az L csatolási hossz nagyon gyorsan változik radiálisan és végessé lesz. A szakirodalomban amikor csatolási hosszról beszélnek, általában a szeparátrix közvetlen közelében, azon kívül értelmezett L -et értik.

A 6.3 ábrán látható egy olyan tartomány, ami az X-pont alatt található és teljesen elkülönül mind a fő plazmától, mind a határréteg-plazmától. Ez a "privát régió" (private plasma) egy keskeny plazmaréteget tartalmaz, amit a szeparátrixon keresztül folyó transzport tart fenn.

Korábban megállapítottuk, hogy a határréteg-plazmában a részecskék szabadon mozognak a mágneses erővonalak mentén c_s hangsebességgel, ennél fogva a részecskék SOL-ban való tartózkodási idejére jó közelítés:

$$\tau_{\text{SOL}} \approx L/c_s = \pi Rq / \sqrt{k_B(T_i + T_e)/m_i}. \quad (6.4)$$

Lássunk erre egy számpéldát! Vegyük a JET tokamakot alapul, a tipikus SOL hőmérsékletek $1 - 100$ eV, a hangsebesség tehát $c_s \approx 10^4 - 10^5$ m/s. $R \approx 3$ m. $q = 4$ szél-biztonsági tényező esetén a csatolási hossz $L = 40$ m-nek adódik. Ebből következik, hogy $\tau_{\text{SOL}} \approx 1$ ms, ami sokkal kisebb mint a JET energiaösszetartási ideje (≈ 1 s).

Ezek után vizsgáljuk meg részletesebben hogyan hat kölcsön a plazma a divertorral! A plazmából érkező energikus ionok, a divertorlábakon keresztül eléri a divertor lemezeket, majd semleges atomként vagy molekulaként *reciklálódnak*, azaz visszajutnak a plazmába. Azonban a divertor úgy van kiképezve, hogy a semleges részecskék nem jutnak rögtön vissza sem az összetartott tartományba, sem pedig a fő határréteg-plazmába, hanem még a divertorban ionizálódnak illetve más divertor komponensek (divertor baffle structure) mechanikailag visszatartják azokat. Az ilyen divertort "opaque divertor"-nak nevezik, mivel az ionizációk miatt átlátszatlan a semleges részecskék számára.

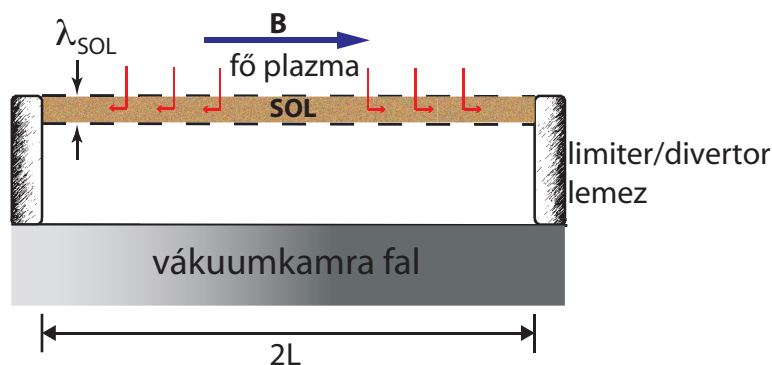
A másik fontos fogalom, amelyről meg kell emlékeznünk az az u.n. *lecsatolt divertor* (detached divertor). A divertor lecsatolódás jelensége alatt azt a szituációt értjük, amikor a divertorlemezek fölött egy alacsony hőmérsékletű és nagy sűrűségű térrész keletkezik, ami azzal jár együtt, hogy jelentős mértékben lecsökken a plazmából a divertor lemezre érkező energiafluxus. Mivel a lecsatolt térrész paraméterei (hőmérséklet, sűrűség) jelentősen eltérnek a SOL külső egyenlítői síkjában mért értékektől, a lecsatoláshoz szükséges gradiensek csak olyan plazmákban képzelhetők el, ahol a SOL plazma ütközéssége elegendően nagy. Jelen berendezésekben a lecsatoláshoz szükséges feltételeket egy kontroll-paraméterrel a (sűrűség)/(fűtési teljesítmény) aránnyal fejezik ki. Ezen pa-

raméter nagy értékeinél várható, hogy létrejön a divertor lecsatolódás. A számok nyelvén ez azt jelenti, hogy egy egyenlítői síkon 100 eV hőmérsékletű plazma, a lecsatolt divertor tartományban csupán 3 eV-os. Ez a hatalmas különbség az ionok energiájában, azonnal megnyilvánul a plazma-divertor lemez kölcsönhatás erősségében, azaz a divertor eróziója drasztikusan lecsökken.

A PFK szempontjából egy másik fontos tény az, hogy a SOL radiális kiterjedése poloidális irányban változik. A középsíkon a legkisebb, és növekszik a \mathbf{B}_p csökkenésével az X-pont felé haladva. A tipikus expanziós faktor a középsík és a divertor lemezek között $\epsilon_f \approx 4$. Ennek az u.n. fluxus expanzióknak kedvező hatású, hiszen egyrészt lecsökken a divertor lemezeket érő energiafluxus (megnő az effektív felület), másrészt megnő az a plazmatérfogat a divertorban, ahol a térfogati veszteségek lejátszódhatnak (szennyező sugárzás és térfogati rekombináció) ezáltal további energiát lesugározva csökkenti a divertorlemezekre jutó terhelést. A modern divertorokban, felhasználva a fluxus expanziót és a különböző sugárzási folyamatokat, sikerült kb. egy 20-as faktorial lecsökkenteni a divertor lemezeket érő teljesítményt a toroidális limiteres konfigurációkhoz képest.

6.4. A SOL egyszemélyes modellje

A legelső feltételezés amivel az egyszerű SOL-modellek élnek az, hogy elhanyagolják a mágneses tér görbületét, kivéve persze az L csatolási hossz számításánál. Ezzel a neoklasszikus effektusokat elhanyagoljuk és tulajdonképpen "kiegyenesítjük" a határréteg-plazmát és számításainkat egy- vagy két dimenzióban végezzük (ld 6.4 ábra).



6.4. ábra. A határréteg-plazma (SOL) egyszerű modellje.

A határréteg plazma egy másik fontos fizikai tulajdonsága, hogy viszonylag hideg, ezért viszonylag nagy az ütközéssége ($\lambda_{e\text{e}} \approx \lambda_{i\text{i}} \propto T^2/n_e$, a közepes szabad úthossz a JET SOL esetében $\lambda_{i\text{i}} \approx 2.5$ m, ami sokkal kisebb mint az $L \approx 40$ m). Az ütközésség mértéke általában is fontos paramétere a modellezni kívánt plazmának (pl. mennyire

hanyagolhatóak el olyan neoklasszikus effektusok, mint a banán-pályák). A modellalkotás szempontjából a legalapvetőbb kérdés megválaszolásához – nevezetesen, hogy vajon alkalmazható-e a folyadék-leírás a határréteg-plazmára – szükséges figyelembe venni a plazma ütközésségét. Köztudott, hogy minél inkább ütközéses a plazma, a hidrodinamikai leírás annál pontosabb. A mi jelenlegi tárgyalásunk szempontjából tegyük fel (és a JET-es példa ezt alátámasztja), hogy alkalmazható a folyadék-leírás.

A 2D modell érvényességéhez feltesszük még a toroidális szimmetriát is. Ekkor általában kétféle koordinátarendszert szokás alkalmazni: (1) a két irány egyszerűen \mathbf{B} -re merőleges (radiális) és az azzal párhuzamos (erővonal-menti), (2) az egyik irány továbbra is a \mathbf{B} -re merőleges, míg a másik az erővonal poloidális síkba való leképezése. Ahogyan ezt korábban említettük, a merőleges irányú diffúziós együttható nagyon nehezen modellezhető első elvekből, ezért ez általában bemenő kísérleti paramétere egy ilyen analízisnek, míg a párhuzamos transzport tisztán klasszikus (a mágneses tér szerepe elhanyagolható). A 2D SOL modellek analitikus megoldására nincs lehetőség ezért ma már nagyon szofisztikált számítógép kódok (pl. SOLPS) végzik a számolásokat. Mindazonáltal, mindig érdekes lehet olyan modellek felállítása – ebben az esetben 1D modellek – melyek segítségével analitikus eredményekhez lehet jutni.

Az üzemanyag reciklálás folyamatában, a plazmából érkező ionok a szilárd felületen vagy annak közelében rekombinálódnak, majd eltávolodva a felülettől újra ionizálódnak. Ideális esetben, amennyiben nincs külső elszívás, a reciklálási folyamat dinamikus egyensúlyi állapotot eredményezhet, amikor is mind a SOL, mind pedig a fő plazma sűrűsége állandó marad. A legegyszerűbb modell-esetben a szilárd felületen (limiter, divertor) keletkező semleges részecskék képesek ionizáció nélkül keresztül haladni a vékony határréteg-plazmán, majd bejutva az összetartott tartományban ott ionizálódnak (ez a forgatókönyv természetesen valószínűbb a limiteres konfigurációban, ahol a limiter közel van a fő plazmához). Az ionizációt követően, a SOL-ból bejövő részecskék térbeli eloszlása azonnal elkenődik az erővonalak mentén. Ennek következtében a mi SOL modellünk szempontjából a határréteg plazmába a főplazmából belépő ionok L -mentén homogén eloszlású részecske-forrásnak tekinthető. Az előbbieken leírt modell lehetővé teszi a határréteg-plazma vastagságának λ_{SOL} egyszerű becslését. Az ionok az LCFS-en keresztül egyenesen belépnek a SOL-ba, ahol radiálisan diffundálnak és átlagosan τ_{SOL} ideig tartózkodnak a SOL-ban. Ez alatt az idő alatt teszik meg a λ_{SOL} -nak megfelelő radiális távolságot.

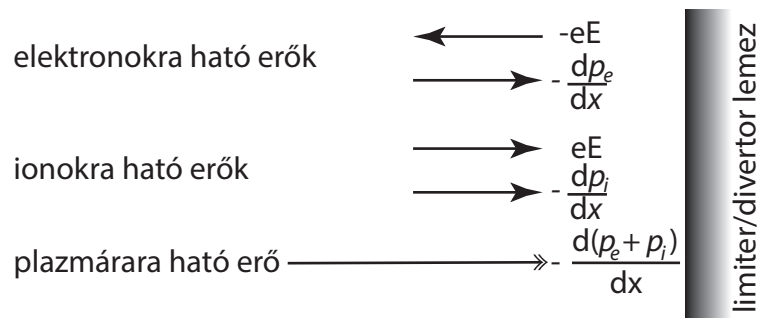
$$\lambda_{\text{SOL}} = \sqrt{D_{\perp} \tau_{\text{SOL}}} = \sqrt{\frac{D_{\perp} L}{c_s}}. \quad (6.5)$$

Ismét a JET példáján szemléltetve: $L = 40$ m, $D_{\perp} = 1$ m²/s, $c_s = 10^4$ m/s, $\implies \lambda_{\text{SOL}} \approx 6$ cm. Ebből a kis példából is jól látszik, hogy a SOL kiterjedése sokkal kisebb, mint a plazma mérete (a JET esetében $a \approx 1$ m), ami azt is jelenti, hogy a plazma kissugarát lényegében annak a szilárd komponensnek a helyzete határozza meg, amelyik

legmélyebben "lóg be" a plazmába. Ez egy nagyon előnyös körülmény, hiszen ez lehetővé teszi, hogy elkerüljük (pontosabban szólva, jelentősen lecsökkentsük) a plazma-fal kölcsönhatást a vákuumkamrával és jól kontrollálható térrészekre korlátozzuk. Meg kell még jegyezzük, hogy a fenti 6.5 képlet csak a SOL ún. sűrűség-vastagságát adja meg, a hőmérséklet és az energiatartalom ettől különböző távolságokon cseng le.

Zárásképpen, bizonyítás nélkül felsoroljuk a határréteg-plazmában folyó 1D áramlás fontosabb tulajdonságait. Ezen tulajdonságok levezethetők az egydimenziós modell egyenleteinek megoldásával, amire ezen jegyzet keretei között nincs módunk, de bevezetesképpen nagyon hasznos ezeket a tulajdonságokat ismerni.

- A SOL-beli párhuzamos plazmaáramlás oka a források (LCFS) és nyelők (divertor/limiter lemezek) jelenléte a SOL-ban, melyek egy párhuzamos nyomásgradiens felépülését eredményezik. Ez a nyomásgradiens lokálisan gyorsítja a plazmát az plazmanyelő felületek felé. Igaz, hogy az erővonal mentén a teljes nyomás állandó, de ez két részből tevődik össze: egyrészt van a statikus nyomás, amely csökken a felületek felé haladva, másrészt van az áramlás dinamikus nyomása, ami az áramlási sebesség négyzetével arányos. A csökkenő statikus nyomást a növekvő dinamikus nyomás kompenzálja ki, ami az áramlás gyorsulásával jár.
- Az áramlás megindulását követő néhány μs -ban, amikor még nem alakultak ki az egyensúlyi feltételek, a mozgékony elektronok az elszigetelt, vagy lebegő szilárd felületekre áramlanak feltöltve azokat negatív töltésűre. Ennek következtében a felület közelében fellépő elektromos tér taszítani fogja az elektronokat és vonzani fogja az ionokat – úgy is megfogalmazhatjuk, hogy ez az elektromos tér csökkenti az elektronok veszteségi rátáját, míg növeli az ionokét. Az egyensúly beálltával ez a két fluxus kiegyenlítődik. Tehát egy $V \approx -3k_B T_e / e$ potenciálkülönbség lesz a szilárd felület és a plazmapotenciál között, aminek oka az ionok tértöltése. A felület közvetlen közelében kialakuló vékony töltött réteg neve Debye-réteg, melynek vastagsága: $\lambda_D = \sqrt{\varepsilon_0 k_B T_e / n_e e^2}$. Ez a pozitívan töltött réteg lényegében, de nem 100%-ban, leárnyékolja a negatívan töltött limiter/divertor felületet, ami azt jelenti, hogy az erővonal távoli részei kvázineutrálisak maradnak.
- A Debye-árnyékolás nem tökéletes, ezáltal egy kis elektromos tér $E \approx k_B T_e / 2Le$ képes túlterjeszkedni a Debye-rétegen az erővonal mentén. Ezt nevezik elő-Debye-rétegnek (pre-sheath), ami az ionokat vonzza a limiter/divertor lemezek irányába.
- A limiter/divertor lemezek felülete plazmanyelő hatása miatt a lokális plazmasűrűség csökkenését okozza, ezáltal felépítve egy párhuzamos sűrűség és nyomásgradienst. Az elő-Debye-réteg az elektronokra taszítólag hat kialakítva egy tökéletes elektron-erőegyensúlyt a taszító elektromos tér és a vonzó nyomásgradiens között. Ennél fogva az elektronok eloszlását Boltzmann-féle relációval írhatjuk le:



6.5. ábra. A SOL erőegyensúly szemléltetése.

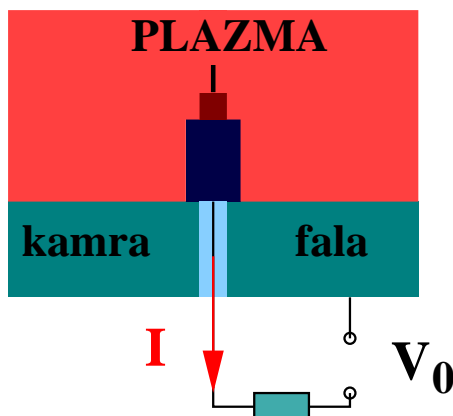
$n = n_0 \exp(eV/k_B T_e)$, ahol n_0 a felülettől távoli (upstream) pontban a sűrűség, ott ahol fennáll a $V = 0$ összefüggés. Az ionok esetében a helyzet éppen fordított, ugyanis a nyomásgradiensből származó erőhöz most hozzáadódik az elő-Debye-réteg elektromos teréből származó erő (ld. 6.5 ábra).

6.5. Langmuir szondák

A plazma-szilárd felület kölcsönhatás fontos szerepet játszik a plazmadiagnosztika területén. Ebben a fejezetben részletesen tárgyaljuk a legfontosabb példát, a Langmuir szondát. A LANGMUIR szonda a plazma diagnosztikájának talán legegyszerűbb eszköze amely néhány fontos plazmaparaméter (elektron sűrűség, elektron hőmérséklet, plazma potenciál) lokális mérésére, pontosabban szólva becslésére szolgál. A Langmuir szonda lényegében egy szigetelő testre szerelt vékony (mm-es) fém tűske (ld. 6.6. ábra). Mielőtt a szondák általános működési elvét tárgyalnánk, megemlítjük az eszköz legfontosabb előnyeit és hátrányait:

- Előnyök:
 1. Egyszerű felépítés és elektronika
 2. A plazma paraméterek lokális értékét szolgáltatja
 3. Jó detektálási hatások (árammérés)
 4. Szemben a nyalábos méréssel, nem kell a fotonzajjal számolni
- Hátrányok:
 1. Sokszor nehéz a mérések interpretációja
 2. A szonda egy bizonyos fokú perturbációt jelent a plazma számára

3. Nagyobb berendezésekben csak a plazma szélén lehet alkalmazni a hőterhelés miatt



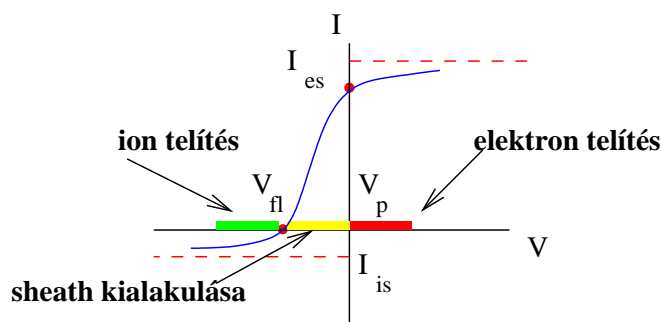
6.6. ábra. Sematikus ábra szigetelő karra szerelt Langmuir-szondáról.

Általánosan megállapíthatjuk, hogy amennyiben egy termikus egyensúlyban lévő, kvázineutrálisnak tekintett plazmába ($T_e \approx T_i$, $n_e \approx n_i$) bármilyen testet helyezünk, az elektronok ionoknál lényegesen nagyobb mobilitása miatt negatív töltésre töltik azt. A szonda előtt egy potenciálgát alakul ki amely taszító erőt fejt ki az elektronokra és vonzza az ionokat (6.8 ábra). Ennek a rétegnek a vastagsága a λ_D , Debye-hossz nagyságrendjébe esik¹. Ezen ún. Debye-réteg (*Debye sheath*) kialakulása miatt a kezdetben plazmapotenciálon (a környező plazma potenciálja) lévő szonda potenciálja mindaddig esik, míg az elektronáramot az ionáram teljesen ki nem kompenzálja. Ekkor azt mondjuk, hogy a szonda lebegő potenciálon van.

A továbbiakban tekintsük azt az esetet, amikor a szondára valamilyen feszültséget kapcsolunk és mérjük a rajta folyó elektromos áramot. Ekkor megkapjuk a Langmuir-szonda áram-feszültség (I-V) karakterisztikáját. A 6.7 ábra sematikusán mutatja egy Langmuir szonda karakterisztikájának fontosabb jellemzőit. A kvalitatív értelmezéshez induljunk ki abból, hogy a szondára a plazmapotenciálnak megfelelő feszültséget kapcsolunk (V_p). Ekkor a szonda főleg elektronokat fog gyűjteni, melyek szabad (perturbálatlan) diffúzióval érkeznek a szonda felületéhez $\Gamma_e = \frac{1}{4}n_e \cdot \langle v_e \rangle$ fluxussal². A szondára kapcsolt potenciált a plazmapotenciál fölé növelve a szonda árama nem növekszik minden határon túl - hiszen a lehetséges összes elektront begyűjtjük a felület- és időegység alatt

¹Amennyiben egy kvázineutrális, homogén plazmába többlettöltést helyezünk, az általa keltett elektromos teret a háttérplazma leárnýékolja. A jellemző árnyékolási hossz a Debye-hossz: $\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 T_e}{e^2 n_\infty}}$

²A $\langle \dots \rangle$, az elektronok egyensúlyi Maxwell-eloszlására való átlagolást jelenti. Megjegyezzük továbbá, hogy a kinetikus gázelmélet alapján kapott fenti fluxust megszorozva az elemi töltéssel és a szonda A_s felületével kapjuk az áramerősséget.



6.7. ábra. Langmuir szonda feszültség-áram karakterisztikájának jellemző tartományai. A feszültség-origó a V_p plazmapotenciálnak felel meg.

-, hanem telítésbe megy. Ezt az áramot nevezik *elektron telítési áramnak* (I_{es}). Meg kell azonban jegyeznünk, hogy a gyakorlati életben a szondákat nem szokás az elektron telítési áramnak megfelelő feszültséggel meghajtani, mert ez rendszerint túl nagy hőterhelést jelent a szonda anyagának. A mérések szempontjából érdekesebb az a tartomány, ahol a meghajtó potenciál kisebb, mint a környező plazma V_p potenciálja. Ebben az esetben az elektronok számára egy taszító potenciálgát épül fel, melynek hatására a szondán mérhető áram rohamosan csökken, míg nem az ionok és az elektronok árama nullára kompenzálja egymást. Az ehhez a ponthoz tartozó potenciált nevezik lebegő potenciálnak (V_{fl}). Tovább csökkentve a plazmapotenciálhoz képest a meghajtó potenciált az áram negatívvá válik, ami arra utal, hogy most már az ionok árama dominál. Természetesen ez az áram is telítésbe megy, ám egy abszolút értékben sokkal kisebb árammal (az ionok kisebb mozgékonyasága miatt), amit *ion telítési áramnak* (I_{is}) nevezünk. Az ion telítési áram teljes általánosságban való meghatározása a Poisson-egyenlet és a mozgásegyenlet egyidejű, önkonzisztens megoldását követeli meg. Közelítő, ám minden gyakorlati szempontból kielégítő megoldást kaphatunk az alábbi feltételezésekkel élve:

1. A szonda potenciálja (V_0) elegendően negatív a plazmapotenciálhoz képest, ezért főleg az ionokat gyűjti:

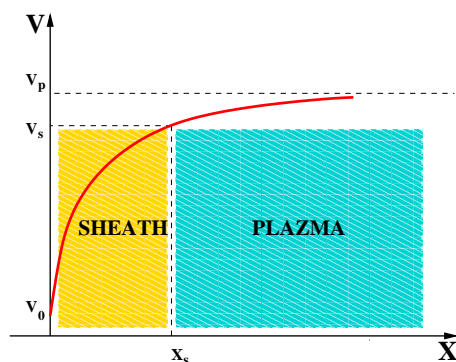
$$V_0 < V_p. \quad (6.6)$$

2. A szonda körül a plazma ütközésmentes, azaz

$$l \gg a \gg \lambda_D, \quad (6.7)$$

ahol l a szabad úthossz³, a a szonda jellemző mérete (pl. a tűske görbületi sugara) és λ_D a Debye-hossz.

³Teljesen ionizált plazmákban $l \sim (n\lambda_D^3)\lambda_D$ -ként becsülhető.



6.8. ábra. A potenciál helyfüggése a szonda V_0 potenciáljától a háttérplazma V_p potenciáljáig.

3. A Debye-réteg vastagsága (x_s) sokkal kisebb, mint a :

$$a \gg x_s. \quad (6.8)$$

4. A perturbálatlan plazmában az ionok hőmérséklete sokkal kisebb az elektronok hőmérsékleténél:

$$T_i \ll T_e. \quad (6.9)$$

Célunk a továbbiakban egy kifejezés levezetése, mely leírja a szonda áramát az ion telítési szakaszban, a fenti közelítésekkel élve. Ennek érdekében a következő mennyiségeket kell meghatározni: az elektronok sűrűségét és átlagos sebességét a Debye-réteg közelében, illetve az ionok sűrűségét és sebességét. Az elektronokra vonatkozó mennyiségeket abból a felismerésből származtathatjuk, hogy a szondától valamilyen x távolságban lényegében egy teljes Maxwell eloszlásunk⁴ van, hiszen csak azok az elektronok vesznek el az eloszlásból, melyeknek elegendő energiájuk van, hogy a potenciálgátat leküzdjék - emlékezzünk arra a tényre, hogy ilyen elektron kevés van az 1. feltételezésünk értelmében. Ekkor az elektronok perturbált sűrűségét lényegében egy Boltzmann-faktorral adhatjuk meg: $n_e(x) = n_\infty \exp \frac{eV(x)}{T_e}$. A Debye-rétegen belüli potenciál-eloszlást a Poisson-egyenlet megoldása szolgáltatja:

$$\nabla^2 V = -\rho/\epsilon_0 = -\frac{e}{\epsilon_0} (n_i - n_e) = -\frac{e}{\epsilon_0} \left(n_i - n_\infty \exp \frac{eV(x)}{T_e} \right). \quad (6.11)$$

⁴Tulajdonképpen egy Maxwell-Boltzmann eloszlásunk van, hiszen a külső potenciál miatt a térbeli eloszlás nem lesz egyenletes: $f_{MB}(x, v) \propto \exp -\frac{\frac{1}{2}m_e v^2 + U_{pot}(x)}{T_e}$. Az ebből számított elektronsűrűség:

$$n_e(x) = \int_{-\infty}^{v_c} f_{MB} dv \approx n_\infty e^{\frac{eV(x)}{T_e}}, \quad (6.10)$$

ahol $v_c \gg 1$ jelöli azt a sebességet amelynél nagyobb sebességű elektronok "elvesznek" (a szondára jutnak) az eloszlásból, az n_∞ a sűrűség a perturbálatlan plazmában.

A fenti egyenlet megoldása, még közelítések alkalmazása esetén is, numerikusan történik. Most nem célunk a potenciál-eloszlás önkonzisztens meghatározása, hanem csupán az áram-feszültség karakterisztikát kívánjuk közelítőleg kiszámítani az ion telítési szakaszban, azaz a plazmapotenciálhoz képest negatív szondapotenciál esetén. Az ionáram $I_i = eAn_i v_i$ kifejezésében az ionok átlagsebességét, ütközésmentes esetben, a Debye-réteg egy adott helyén (x) a munkatételből számíthatjuk ki:

$$0 = \frac{m_i v_i^2}{2} + e(V(x) - V_p), \quad (6.12)$$

ahol feltételeztük, hogy a háttérplazmában az ionok nulla sebességűek. A továbbiakban rögzítsük a referencia potenciált: $V_p = 0$.

$$|v_i| = \left(-\frac{2eV}{m_i} \right)^{1/2}. \quad (6.13)$$

Amennyiben a Debye-réteg vastagsága sokkal kisebb, mint a szonda jellemző mérete, alkalmazható az u.n. sík-közelítés (a szonda felületét síkkal közelítjük), ezzel csak a síkra merőleges dimenziót (x) tekintjük. Tegyük fel, hogy a Debye-réteg vastagsága x_s . Ekkor a Debye-rétegben az x helyen az ionfluxus megegyezik az x_s helyen lévő ionfluxussal:

$$\Gamma_i(x) = \Gamma_i(x_s). \quad (6.14)$$

Ez az egyenlőség kapcsolatot teremt az x helyen érvényes ionsűrűség és potenciál között:

$$n_i(x) = n_i(x_s) \sqrt{\frac{V(x_s)}{V(x)}}. \quad (6.15)$$

A kvázi-neutralitás miatt, x_s -nél: $n_i(x_s) = n_e(x_s) = n_\infty \exp \frac{eV(x_s)}{T_e}$. Ezt kombinálva a (6.15) egyenlettel, kapjuk:

$$n_i(x) = \left(\frac{V(x_s)}{V(x)} \right)^{1/2} n_\infty \exp \frac{eV(x_s)}{T_e}. \quad (6.16)$$

A Poisson-egyenlet ekkor a következő alakot ölti:

$$\nabla^2 V = -\frac{en(x_s)}{\epsilon_0} \left[\left(\frac{V(x_s)}{V(x)} \right)^{1/2} - \exp \frac{e[V(x) - V(x_s)]}{T_e} \right]. \quad (6.17)$$

Az egyenlet jobb oldalát linearizálva x_s körül, kapjuk:

$$\nabla^2 V = -\frac{en(x_s)}{\epsilon_0} \left[-\frac{1}{2V(x_s)} - \frac{e}{T_e} \right] [V(x) - V(x_s)]. \quad (6.18)$$

Megmutatható, hogy a (6.18) egyenletnek akkor van a Debye-réteg és a háttérplazma közötti folytonos átmenetet biztosító megoldása, ha fennáll a :

$$V(x_s) = -T_e/2e \quad (6.19)$$

összefüggés. Ez az összefüggés arra világít rá, hogy amennyiben a szonda potenciálja nem eléggé negatív, azaz ha $V(0) > -T_e/2e$, a Debye-réteg nem fog kialakulni, mondhatnánk úgy is, hogy a plazmapotenciálra töltött szonda felületénél is a plazma kvázineutrálisnak tekinthető, szemben azzal az esettel, amikor a szonda iontelítési szakaszban működik, ahol a szonda felületénél a kvázi-neutralitás sérül. Összefoglalva az eddigieket: a $V_0 < V_p$ potenciálra feltöltött szonda árama:

$$I = I_i + I_e, \quad (6.20)$$

ahol az ionáramot (ion telítési áram) az ún. Bohm-formula határozza meg:

$$I_i = -Aen_\infty e^{-1/2} \sqrt{\frac{T_e}{m_i}}, \quad (6.21)$$

az elektronok árama pedig nem más, mint a perturbálatlan áram módosítva a potenciálnak megfelelő Boltzmann-faktorral:

$$I_e = \frac{1}{4} Aen_\infty \langle v_e \rangle e^{\frac{eV_0}{T_e}} = \frac{1}{4} Aen_\infty \left[2 \sqrt{\frac{2T_e}{\pi m_e}} \right] e^{\frac{eV_0}{T_e}}, \quad (6.22)$$

ahol az átlagolást az egyensúlyi Maxwell-eloszlásra kell kiszámítani. A szonda karakterisztikáját a két áram összege adja:

$$I(V) = -Aen_\infty e^{-1/2} \sqrt{\frac{T_e}{m_i}} \left[1 - \left(\frac{m_i}{2\pi m_e} \right)^{1/2} \exp \left(\frac{eV + 1/2}{T_e} \right) \right]. \quad (6.23)$$

A nulla áramhoz tartozó potenciált nevezzük lebegő potenciálnak, azaz $I(V_f) = 0$ feltételből következik, hogy:

$$\left(\frac{m_i}{2\pi m_e} \right)^{1/2} = e^{-1/2 - \frac{eV_f}{T_e}}. \quad (6.24)$$

Beírva ezt az összefüggést a karakterisztikát leíró egyenlőségbe, kapjuk:

$$I(V) = I_{sat} \left[1 - e^{\frac{e(V-V_f)}{T_e}} \right]. \quad (6.25)$$

A fenti egyenlet képezi a Langmuir-szonda diagnosztika alapját. A szonda karakterisztikája kísérleti úton egyszerűen meghatározható (u.n. swept measurement). Amennyiben sikerül a (6.25) képlettel megadott görbét illeszteni, meghatározhatóvá válnak fontos plazmaparaméterek, mint az $I_{sat} \propto n_\infty$, T_e és a $V_f \propto V_p$.

6.6. Feladatok

6.6.1. 1. feladat

Ez a feladat plazma-fal kölcsönhatás alapjául szolgáló Debye-árnyékolásról szól. Tekintsük a következő alakú eloszlás-függvényt mely az elektronokra és az ionokra vonatkozik:

$$f_\sigma(x, \mathbf{v}) = \frac{K_\sigma}{(1 + E_\sigma/W_\sigma)^2}, \quad (6.26)$$

ahol $\sigma = i, e$, K_σ és W_σ állandók, továbbá: $E_\sigma = m_\sigma v^e/2 + q_\sigma \phi(x)$, a teljes energia.

1. Számítsuk ki az $n_e(\phi)$ és $n_i(\phi)$ sűrűségeket. Válasszuk meg a K_σ konstanszt úgy, hogy: $n_e = n_i = n_0$, legyen a $\phi = 0$ helyen.
2. Tegyük fel, hogy $\phi \ll W_e, W - i$ és határozzuk meg az árnyékolási hosszat, mint az n_0, W_e és W_i függvényét!

7. fejezet

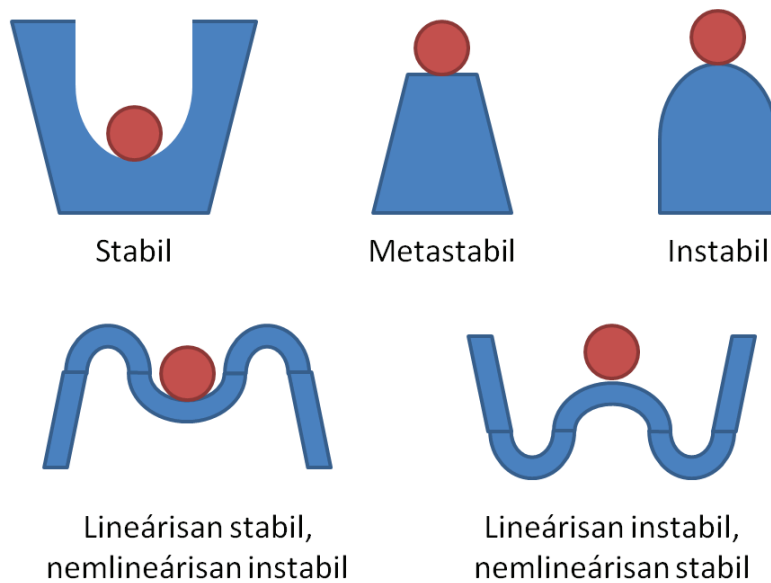
Szepesi Tamás: Instabilitások plazmában

A plazmaösszetartás problémáját feloszthatjuk az alábbi két összetevőre: egyensúly és stabilitás. A plazmaegyensúlyról a korábbi fejezetekben olvashattunk, ebben a fejezetben pedig megvizsgáljuk, mennyire stabil ez az egyensúly, milyen instabilitások léphetnek fel. Az egyensúly és stabilitás fogalmait könnyű érzékeltetni mechanikai analógiával, amit az alábbi alfejezetben mutatunk be.

7.1. Az instabilitásokról általában

Egy fizikai rendszer állapotát tekintve egyensúlyban van, ha a fellépő erők eredője nulla, azaz a problémának van időfüggetlen megoldása. Az egyensúly attól függően stabil vagy instabil, hogy a kis perturbációkat a rendszer elnyomja vagy felerősíti. Az egyensúly és stabilitás fogalmak jelentését az alábbi mechanikai példa alapján könnyen megérthetjük: képzeljünk el egy üveggolyót különböző domborzatú felszínre helyezve (ld. alábbi ábra).

Az ábra alsó sora talán kevésbé ismert: olyan nemlineáris eseteket mutat be, ahol a rendszer válasza első rendben és másodrendben különböző előjelű, viszont elérhető olyan mértékű kitérés, amikor a másodrendű tag már meghaladja az elsőrendűt. A lineárisan stabil esetben a golyó mindaddig stabil egyensúlyi helyzetben van, amíg nem mozdítjuk ki túlságosan. Azonban egy bizonyos határon túl instabil állapotba kerül - ezt robbanás-szerű instabilitásnak nevezzük. A lineárisan instabil esetben ugyan a golyó nem stabil, de eredeti pozíciójától nem tud messzire eltávolodni. Ez az állapot mindaddig veszélytelen, amíg a másodrendű tag a mozgást kis amplitúdójúra tudja korlátozni. Természetesen a plazma esete közel sem ennyire egyszerű - az egyensúly eléréséhez a plazma minden kis folyadékelemére ható erőket ki kell egyensúlyoznunk.



7.1. ábra. Stabilitás érzékeltetése mechanikai példával.

7.2. Instabilitások plazmában

Mielőtt azonban részleteiben tárgyalnánk a témát, nézzünk néhány példát plazmainstabilitásra! Az egyik legkorábban felfedezett instabilitás az ún. hurka-instabilitás, amellyel a henger alakú plazmaoszlopokkal való kísérletek során gyakran találkoztak a tudósok. A hurka-instabilitás során a plazmaoszlop egy keresztmetszeten spontán összehúzódik. Az instabilitás folyamata viszonylag egyszerű: ha a plazma felülete egy perturbáció hatására úgy változik, hogy az oszlop bizonyos helyen összeszűkül, míg másutt kitágul, akkor a plazmában hosszanti irányban folyó áram a szűkebb keresztmetszet körül erősebb azimutális mágneses teret hoz létre, ami további összehúzódást eredményez. Ennek fordítottja játszódik le a kidagadó részeken; az időben gyorsan változó mágneses tér pedig a plazmaoszlop irányával megegyező irányú, erős elektromos teret generál, ami a plazmarészecskéket igen nagy energiára képes gyorsítani. A hurka-instabilitást könnyedén stabilizálhatjuk, hogy ha a plazmát az oszlop irányával egyező irányú mágneses térbe tesszük, amelynek erőssége hasonló a azimutális tér erősségéhez. Ekkor a plazmaoszlop pal együtt ezt a longitudinális mágneses teret is össze kell nyomnia az instabilitásnak - ez növeli a mágneses nyomást, tehát fellép egy az instabilitással szemben ható erő.

A hurka-instabilitás egy úgynevezett $m = 0$ módus, ami azt jelenti, hogy a henger alakú plazma kör keresztmetszete (vagy a tórusz alakú plazma egy poloidális síkmetszete) kör alakú marad, azaz a felület minden pontja azonos amplitúdójú elmozdulást szenved. Általánosságban elmondhatjuk, hogy

$$dx = A \sin\left(m \frac{\theta}{2\pi}\right) \quad (7.1)$$

ahol A az amplitúdó, θ a poloidális szög, és m a poloidális módusszám. Hasonlóképpen definiálható az n toroidális módusszám is. A módusszám az instabilitás maximumainak számát adja meg egy poloidális vagy toroidális körülfutás alatt.

Külön érdekes, hogy ha a hurka-instabilitást a fenti módon stabilizáljuk, azzal megteremtjük a megfelelő körülményeket az $m = 1$ "kink", azaz könyök instabilitásnak. Ennek eredményeként a plazmahenger spirálisan feltekeredik, és dugóhúzó alakot vesz föl. Az instabilitás hajtóereje az $\vec{J} \times \vec{B}$ erő, ami tökéletesen hengeres plazmában nulla, hiszen az áram és a mágneses tér párhuzamosak. Amint azonban olyan perturbáció lép fel, hogy a plazmaoszlop egy része elmozdul, és a plazma középvonala nem esik egybe a henger tengelyével, akkor az $\vec{J} \times \vec{B}$ szorzat már nem tűnik el, iránya pedig a hengerpalástra merőleges lesz. Ez az erő tovább deformálja a kidudorodó részt, és végül a plazma "kikönyököl" a vákuumkamra falára. A kink módust úgy lehet stabilizálni, hogy a hosszanti (toroidális) mágneses teret nagyra választjuk, illetve a plazmaoszlop vastagságát növeljük, méghozzá úgy, hogy a biztonsági tényező $q > 1$ legyen. Ez a gyakorlatban azt jelenti, hogy adott (toroidális) geometria és mágneses tér mellett a plazmaáramra kapunk egy igen erős felső korlátot, ez az ún. Kruskal-Shafranov kritérium.

Az instabilitások kialakulásához tehát szükség van valamilyen hajtóerőre, szabad energiára. Ezzel szemben például a plazmahullámok vizsgálatánál azt feltételezzük, hogy a rendszer perturbációmentes, tökéletes termodinamikai egyensúlyban van: a részecskék Maxwell-féle sebességeloszlással rendelkeznek, a mágneses tér és a sűrűség homogén. Egy ilyen rendszer entrópiája a lehető legmagasabb, nem áll rendelkezésre semmilyen szabad energia, ami hullámokat kelthetne. Az instabilitások vizsgálatánál olyan rendszerrel számolunk, ami ugyan egyensúlyban van (azaz van időfüggetlen megoldása), ugyanakkor rendelkezésre áll szabad energia; az ezáltal kialakuló instabilitások mindig olyan mozgások, amelyek csökkentik a rendszer szabad energiáját, azaz közelebb viszik a rendszert a teljes termodinamikai egyensúlyhoz.

Az instabilitásokat hajtóerőik alapján csoportokba oszthatjuk.

1. *Áram által hajtott instabilitások* esetében a plazmában áram folyik, ami a plazmával és/vagy a külső mágneses térrel kölcsönhatva idéi elő az instabilitást. A fenti két példa (hurka és kink) is áram által hajtott instabilitások.

2. *Nyomás által hajtott instabilitások.* Ebben az esetben a plazmában sűrűséggradiens vagy valamilyen határfelület van (azaz a plazma nem homogén), és a plazmára valamilyen külső, nem elektromágneses erő hat; ez a külső erő hajtja az instabilitást. Analóg példa egy olyan koktél, ahol a bármixer a nagyobb sűrűségű italt a kisebb sűrűségű tetejére rétegezi. A rendszer ugyan így is egyensúlyban van, hiszen az alsó folyadék nyomása megtartja a felső réteget, ám a két folyadék közötti felületen kialakuló bármilyen kis hullám tovább nő a gravitációs tér potenciális energiájának kárára.

3. *Kinetikus instabilitásokkal* akkor számolhatunk, ha a részecskék sebességeloszlása

nem Maxwell-féle; ekkor az eloszlás anizotrópiája képes instabilitásokat hajtani. Például egy mágneses tükör esetében a veszteségi kúp miatt szinte alig vannak olyan részecskék, amelyekre v_{\parallel}/v_{\perp} nagy - ez az anizotrópia okozza az ún. veszteségi kúp instabilitást.

4. *Általános instabilitások.* Mivel a plazmát összetartjuk, akkor sem lehet tökéletes egyensúlyban, ha nem hat rá semmilyen egyértelmű külső erő (pl. gravitáció). A plazma, nyomásának hatására tágulni szeretne; ez a tágulási energia is képes instabilitások hajtására. Ez a fajta szabad energia minden véges plazmában jelen van, és a miatta kialakuló hullámokat általános instabilitásnak nevezzük.

7.3. Nagy- β instabilitások

Ha a plazmát fúziós energiatermelésre szeretnénk használni, akkor a plazma nyomását növelnünk kell. A nagy plazma nyomás, de leginkább a plazmaszéli roppant meredek nyomásgradiens azonban újfajta instabilitásokat képes előidézni.

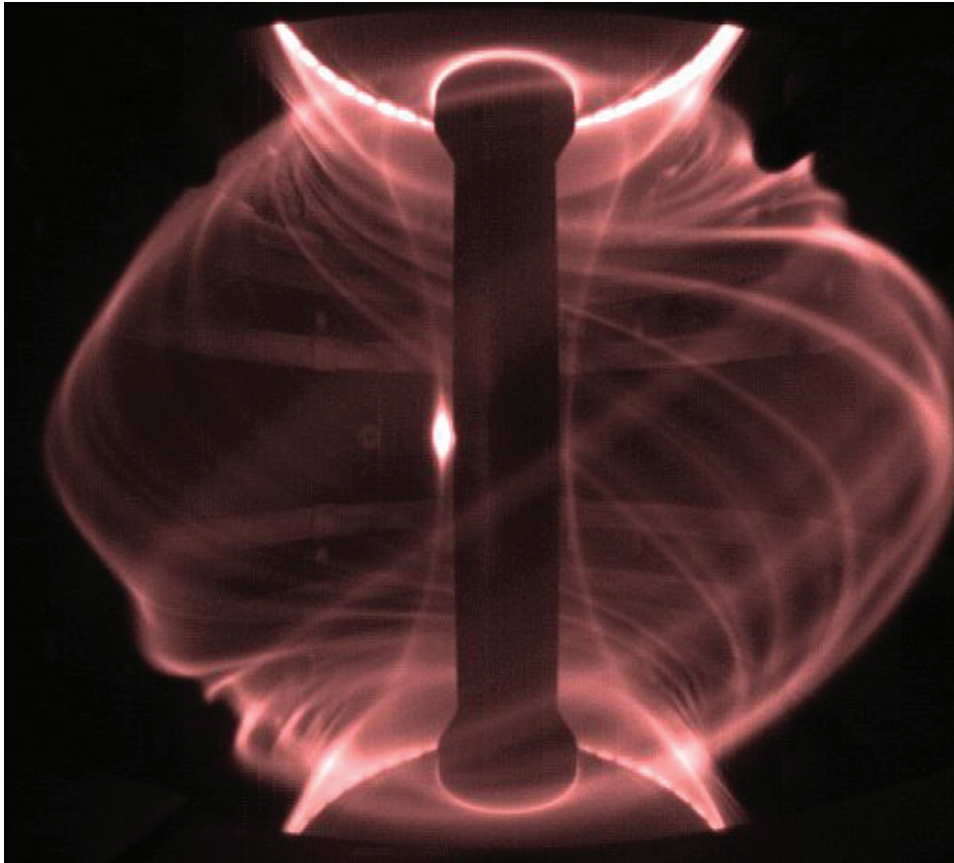
7.3.1. A ballooning instabilitás

A "ballooning" instabilitások jellemzője, hogy nem egyenletesek a mágneses erővonalak mentén, kialakulásuknak jobban kedvez a toroidális plazma külső (LFS) szélén az erővonalak görbülete (ahol a görbületi vektor a plazma belsejébe mutat). A ballooning instabilitások többnyire magas módusszámmal rendelkeznek, és egyszerre több módus is instabillá válhat. A ballooning instabilitások egy erős korlátozást jelentenek a plazmaszéli nyomásgradiensre, amelyet az ideális MHD elméletből származtatható érték környékén tartanak. Az instabilitás kialakulásában jelentős szerepe van a plazma alakjának, a nagy elnyújtottság és háromszögesség stabilizálólag hatnak, ezáltal meghaladható az ideális nyomásgradiens.

7.3.2. A peeling instabilitás

A plazmaszéli nagy nyomásgradiens jelentős bootstrap áram hajtására képes, amelynek kettős szerepe van a stabilitásban: egyrészt hajtóerőt biztosít a külső kink, avagy a "peeling" (leválási) instabilitás számára, másrészt csökkenti a pedesztálban a mágneses erővonalak nyírását, ami stabilizálja a magas módusszámú ballooning módusokat, ezáltal növeli az elérhető maximális nyomásgradienst. A plazmaszéli áram tehát ún. külső módusokat képes előidézni, amelyeknél a plazma-vákuum határfelületnek is van perturbációja. A leválási módusok kialakulásának leginkább az kedvez, ha egy racionális felület éppen az összetartott plazmán kívül helyezkedik el. Ekkor érezhető legkevésbé a plazmán kívüli mágneses térrész esetleges ergodizációjának stabilizáló hatása. A plazma felületén ún. filamentumok jelennek meg, azaz az erővonalak mentén a plazma kidudorodik. A filamentumok ki is válhatnak a plazmából, és a vákuumkamra falával érintkezve

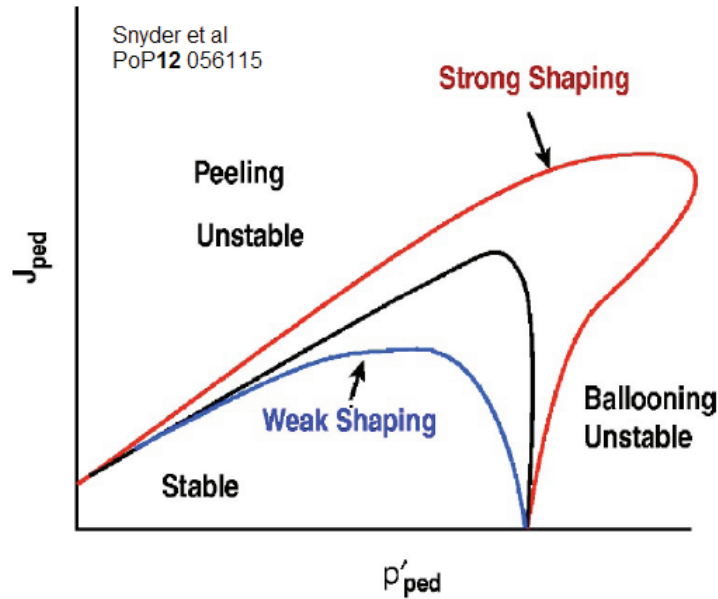
direkt összeköttetést hozhatnak létre az összetartott plazmával, azaz csatornaként szolgálhatnak a részecskék számára. Mindezt a plazma véges vezetőképessége teszi lehetővé, mert általa lehetséges a mágneses tér átrendeződése, a mágneses felületek felbomlása és újrapcsolódása.



7.2. ábra. Filamentumok a MAST tokamakban.

7.4. Az ELM

A mai fúziós berendezések egyik legfontosabb instabilitása az ún. *Edge Localised Mode*, a plazmaszéli módus, röviden ELM. Egy általánosan elfogadott szerint az ELM-eket csatolt peeling-ballooning módusok okozzák, létrehozva egy zárt területet a plazmaszéli áram (J_{ped}) - plazmaszéli nyomásgradiens (p'_{ped}) ábrán, amelyben a plazma stabil állapotban lehet. A stabil területet határolja még "tisztá" peeling és ballooning instabilitások vonala is. A stabil zóna mérete erősen függ a plazma sűrűség és hőmérséklet profiljától, de leginkább a plazma alakjától.



7.3. ábra. Peeling-ballooning stabilitási zóna különböző plazmaalakok esetén.

Ahogy az ábrán is látható, a peeling módusok nagy J_{ped} esetén instabilak, de a nagy p'_{ped} stabilizálja őket; ezzel szemben a magas módusszámú ballooning módusok nagy p'_{ped} és kis J_{ped} esetén instabilak; a csatolt peeling-ballooning módusok pedig nagy p'_{ped} és nagy J_{ped} esetén válnak instabillá. A plazma jelentős elnyújtása vagy háromszögessége szétcsatolja a peeling és ballooning módusokat, ezért a stabil zóna kiterjedtebb ilyen plazmák esetén. Tipikusan több módus is instabillá válik egyszerre, amelyek módusszáma igen nagy, tipikusan $n=3-30$. A módusok filamentumok sorozatából állnak, amelyek a plazma zárt fluxusfelületein kívül keletkeznek és nőnek. Jellegzetes ballooning térszerkezettel rendelkeznek: amplitúdójuk a külső, "rossz" görbületi oldalon a legnagyobb, míg a tórusz belső oldalán nagyon kicsi. Snyder és munkatársai numerikus szimulációkat végezve olyan ELM modellt alkottak, amelyben a peeling-ballooning módusok idézik elő az ELM-et; az ELM méretét, mind energiaveszteség, mind radiális szélesség tekintetében a leginkább instabil módus kiterjedése határozza meg. Vizsgálataik kimutatták, hogy az ELM-ek leírása túlmutat az instabilitások számításánál leggyakrabban használt lineáris és/vagy ideális MHD számításokon, és mindenképpen szükséges a probléma nemlineáris kezelése. Mielőtt azonban tovább haladnánk az elméletben, tekintsük az ELM-ekkel kapcsolatos kísérleti tapasztalatokat.

Az ELM kizárólag H-módban jelentkező, nagyon gyors lefolyású, igen heves instabilitás: élettartama néhány $100 \mu s$, ami alatt azonban a plazma teljes energiájának akár 10%-át is kilökheti (részecskék formájában) a plazmából. A kilöködött részecskék jelen-

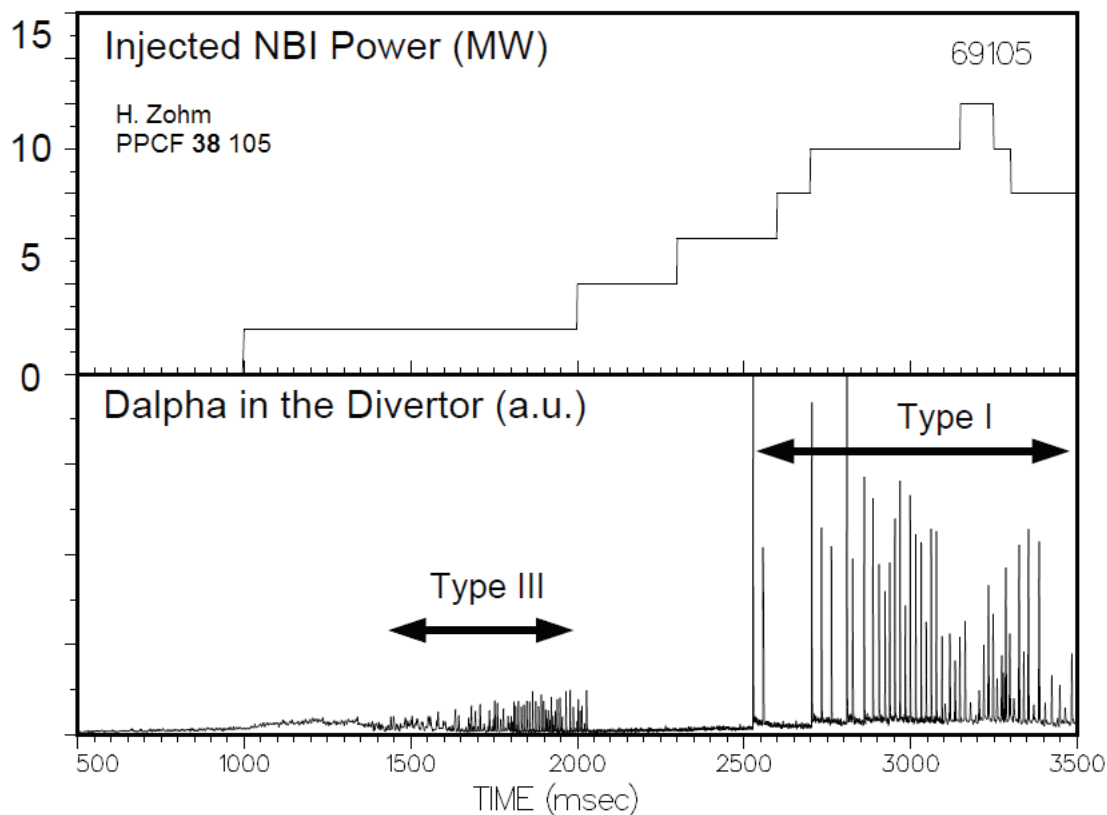
tős része a divertorba és a limiterrekbe csapódik, de eltalálhatnak minden más, plazmához közeli alkatrészt is. Emiatt az ELM-ek veszélyesek lehetnek a plazmához közel helyezett diagnosztikákra, szerkezeti elemekre, de akár a legnagyobb hőterhelésekre tervezett divertorra is. A kutatások eredményei alapján jelenleg arra lehet következtetni, hogy az ELM-ek a nagyobb fúziós berendezésekben veszélyesebbek, és a jelenleg épülő legnagyobb fúziós berendezésben, az ITER-ben akár 10-100 ELM is képes lehet tönkretenni a divertort. A fúziós erőművek pedig várhatóan nagyobbak lesznek, mint az ITER. Az ELM-ek valamilyen módon történő szabályozása tehát alapvető fontosságú a fúziós energiatermelés megvalósításához, ezért az ELM-ek vizsgálata a fúziós kutatások egyik kiemelt témája.

Az ELM-ekről először H. Zohm publikált egy összefoglaló cikket 1996-ban, ami jelenleg is az alapját képezi az ELM-ek jellemzésének. Az alábbiakban a cikk főbb gondolatait követjük, kiegészítve az utóbbi másfél évtized eredményeivel. Az ELM-ek méretüket és viselkedésüket tekintve több osztályba sorolhatók; ezek közül kettő olyan, amely több berendezésben is hasonló tulajdonságokat mutat, ezért ezeket vizsgáljuk meg részletesebben.

A III-as típusú ELM-ek viszonylag kis energiaveszteséggel járó, ám sűrűn ismétlődő instabilitások. Alacsonyabb sűrűségnél és fűtési teljesítménynél jelentkeznek, tipikusan lényegesen a nyomásgradiens ideális ballooning határa alatt ($p'_{ped} \leq 0,5 \cdot p'_{crit}$). Gyakoriságuk a fűtési teljesítmény növelésével csökken. A mágneses szondákon gyakran ún. prekursor oszcillációk figyelhetők meg, amelyek előre jelzik az ELM megjelenését.

Az I-es típusú ELM-ek az eddig tapasztalt legnagyobb és emiatt legveszélyesebb plazmaszéli instabilitások. Legfőbb jellemzőjük, hogy bizonyos fűtési teljesítmény fölött jelennek meg, és ismétlődési gyakoriságuk a fűtési teljesítmény növelésével a III-as típusú ELM-ek eltűnnek, majd megjelennek az I-es típusúak.

Az I-es típusú ELM-ek a divertor sugárzásában különálló, éles, nagy amplitúdójú csúcsokként jelentkeznek, a mágneses mérésekben (Mirnov-szondák és más tekercsek) szintén nagy amplitúdójú, igen rövid élettartamú (akár csak 1-2 hullámhossznyi) oszcillációkat okoznak, amelyek spektruma ezáltal nehezen meghatározható, és inkább szélessávú tranziens zaj, mint Fourier-sorba fejthető stacionárius hullámzás. Méretüket a plazma energiataralmának csökkenése jellemzi: a kilöködött energia mennyisége akár 1 MJ is lehet (JET tokamak), ami 1 Hz-es gyakorisággal ismétlődve 1 MW-os folyamatos energiaveszteséget jelent. Azonban ha figyelembe vesszük az instabilitás ms-os élettartamát, akkor már 1 GW-os csúcsteljesítményről beszélünk. A problémát tovább súlyosbítja, hogy a divertor felülete 10 m^2 nagyságrendű, tehát ez 100 MW/m^2 pillanatnyi felületi hőterhelést jelent. Szerencsére a kilöködött részecskék nem tökéletesen egyszerre érkeznek be a divertorba, az impulzus kissé szétkenődik, ezzel egy újabb nagyságrendet nyerhetünk. A számítások szerint azonban még a 10 MW/m^2 is túl sok lenne, és néhány plazmakisülés alatt tönkrementene az ITER divertora, ezért mindenképpen szükség lesz az ELM-ek hatásait csökkentő megoldásokra. Napjainkig azonban makacsul tartja



7.4. ábra. ELM-es viselkedés az ASDEX tokamakon.

magát az az álláspont, miszerint az ELM-ekre nagy szükség van H-módban, mert ez a repetitív instabilitás képes megakadályozni a szennyezők felhalmozódását, ezáltal pedig megóvja a plazmát a sugárzásos összeomlástól. Sokáig úgy tűnt, hogy nem lehet olyan H-módú plazmát létrehozni, ami ELM-ek nélkül is stabil lehetne, ezért a kutatások arra irányultak, hogy az ELM-ek gyakoriságát megnöveljék. Ugyanis a megfigyelések szerint az ELM-ek során időegység alatt kilökődött energia mennyisége állandó, azaz a kevés nagy ELM-et fel lehet bontani sok kis ELM-re, ha sikerül valamilyen kevésbé invazív módszerrel sűríteni az ELM-eket. Az ITER-es számítások szerint egy 10x-es gyakoriságnövekedés elegendő lenne. A problémára számtalan módszert dolgoztak ki:

- Függőleges lökések/rázás. A módszer során a plazmát függőleges irányban hirtelen elmozdítják, majd eredeti helyére visszateszik, vagy pedig valamilyen frekvenciával függőleges irányban rázzák. A kísérletek felemás eredményt adtak, a JET-en megismételhető módon működött a módszer, azaz a hirtelen elmozdulások ELM-et váltottak ki, azonban az ASDEX Upgrade-en nem sikerült ELM-eket keltetni sem

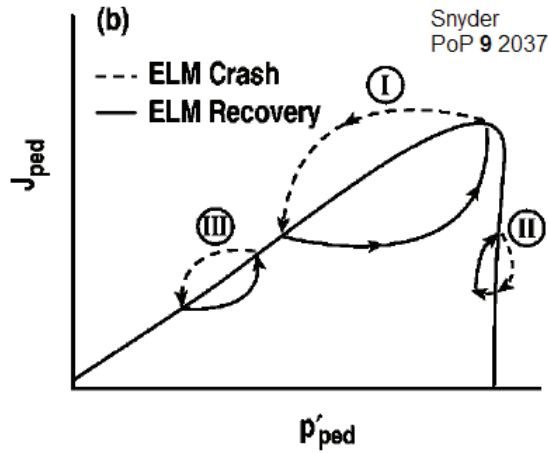
elmozdítással, sem pedig rázással.

- Más plazmaállapotok keresése. Ez az irányzat az I-es típusú H-mód elhagyását jelenti, és olyan üzemállapotok megvalósítására koncentrál, amelyeket sűrű, kis ELM-ek dominálnak. Ezeket többnyire II-es típusú vagy "grassy" ELM-eknek nevezzük, ám ezek az üzemállapotok berendezésenként igen eltérő módon érhetőek el, és számottevően rontják a plazma teljesítményét.
- Pelletbelövés. Korábbi megfigyelések szerint a plazmába lőtt üzemanyag-utánpótlásra használt pelletek képesek ELM-et kelteni, még hozzá igen megbízhatóan: kísérletek során megfigyelték, hogy ha a pelletbelövési gyakoriság meghaladja a természetes ELM-gyakoriság másfélszeresét, akkor az ELM-ek beállnak a pelletbelövési gyakoriságra. Egy megfelelő pelletbelövővel tehát nagyon pontosan beállítható lenne az ELM-gyakoriság. A témát részletesen tárgyaljuk a 9. fejezetben.

Snyder és munkatársainak elmélete a különböző ELM típusokra is megpróbál magyarázatot adni. Szerintük az egyes ELM típusok a fenti stabilitási diagram különböző területein lezajló ciklusok. A III-assal jelölt ciklus alacsony sűrűség és fűtési teljesítmény mellett következik be: a plazmaszéli áram itt jóval azelőtt átlépi a peeling stabilitási határt, mielőtt a nyomásgradiens megközelítené a ballooning határt. Ezek az ELM-ek várhatóan kisméretűek lesznek, egyrészt mivel az őket kiváltó peeling instabilitások radiálisan igen keskeny kiterjedésűek, a pedesztálnak csak egy nagyon kis részét érintik, másrészt pedig alacsony pedesztál hőmérsékletnél jelentkeznek. Az ismétlődési gyakoriság várhatóan csökkenni fog a fűtési teljesítmény növelésével, mert ezáltal a nyomásgradiens gyorsabban nő és stabilizálja a peeling módust. Ez a modell jól ráillik a III-as típusú ELM-ekre (alacsony plazmasűrűség esetén).

Nagy fűtési teljesítmény és alacsony sűrűség esetén az I-es ciklus valósul meg, amely nagy ELM-eket eredményez: a viszonylag alacsony módusszámú peeling-balloning módusok radiálisan kiterjedtebbek, ráadásul az általuk okozott plazmaszéli nyomás-összeomlás után a pedesztál még az instabil zónában marad egészen addig, míg az áramerősség számottevően nem csökken. Ebben az esetben az ismétlődési gyakoriság várhatóan nőni fog a fűtési teljesítménnyel, ami a nagyméretű I-es típusú ELM-ek modelljének felel meg.

A szerzők egy II-essel jelölt ciklust is leírnak, ami akkor jelentkezik, ha a plazma szélén a nyomásgradiens határán vagyunk, de az áramerősség nem haladja meg a peeling határt. Ilyen állapot két esetben várható: nagy sűrűség mellett, amikor a nagy ütközésség alacsony bootstrap-áramot eredményez (ez a "kis" I-es típusú ELM-ek modellje), vagy valamivel alacsonyabb sűrűség esetén, ahol az erősen formált plazma alak vagy a nagy mágneses nyírás miatt magas a peeling-határ. A II-es típusú ELM-ek mérete kicsinek várható, mivel mind az alacsony áram mellett instabillá váló nagy-n ballooning módusok, mind a nagy biztonsági tényező mellett instabil közepes-n módusok radiálisan korlátozott kiterjedésűek, továbbá az ELM által okozott nyomásvesztés közvetlenül a stabil régióba juttatja vissza a pedesztált.



7.5. ábra. Az egyes ELM típusok ismétlődési ciklusai stabilitási diagramon.

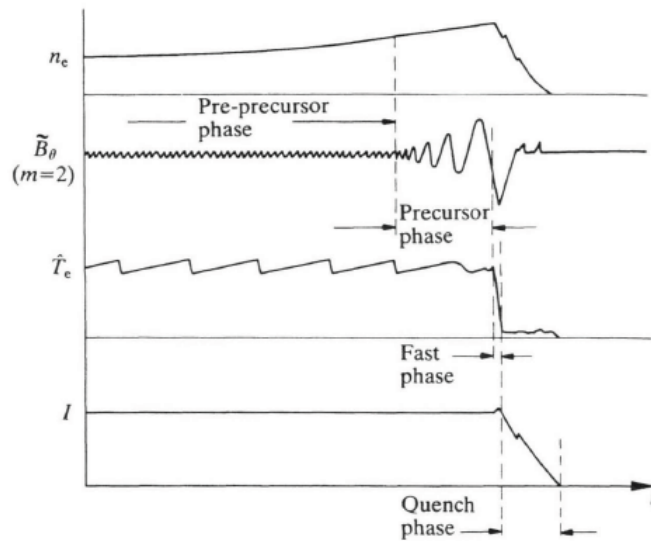
Fontos megjegyezni, hogy az ELM-ek erősen nemlineáris jelenségek, ezért nem lehet őket lineáris közelítésben rendesen leírni. Nemlineáris szimulációkkal azonban további értékes információkat kaphatunk az instabilitásról. Snyder és munkatársai végeztek ilyen szimulációkat, és a kísérleti eredményekkel összhangban azt találták, hogy az ELM robbanásszerűen alakul ki: a nemlineáris fázis korai szakaszában a domináns tagok csökkentik az erővonalak görbülete miatti stabilizáló hatást, ezáltal az instabilitás növekedési üteme folyamatosan gyorsul. Ez azt eredményezi, hogy bár a módus lineárisan instabil, növekedése is lineárisan indul, bizonyos idő elteltével azonban robbanásszerűen megnő.

7.5. Diszrupciók

Diszrupció (plazmaösszeomlás) esetén az összetartás valamilyen okból hirtelen megszűnik, és a plazmaáram gyorsan csökkenve teljesen eltűnik, ami egyben a plazmakisülés végét is jelenti. A diszrupciók igen összetett folyamatok, és igen változatos feltételek mellett is bekövetkezhetnek. Létezésük igen komoly határt szab a tokamakok fejlődésében, részben mivel korlátozzák a plazmaáram és -sűrűség üzemszerűen elérhető értékét, részben mivel bekövetkezésükkor igen komoly mechanikai erők lépnek fel, és a vákuumkamra falát jelentős hőterhelés érheti.

A diszrupció folyamatát az alábbi ábrán mutatjuk be. Az események négy jól elkülönülő fázisban követik egymást.

1. *Prekurzor előtti fázis.* Megváltoznak az eddig fennálló körülmények, ami egy instabilabb állpothoz vezetnek. Ez a változás gyakran egyértelműen észlelhető, pl. áramerősség- vagy plazmasűrűség-növekedés esetén; néha azonban a körülmények észlelhető változása nélkül következik be a diszrupció.



7.6. ábra. Az elektron hőmérséklet, dB/dt , központi elektron hőmérséklet és a plazma-áram tipikus időjelei diszrupció során. A bemutatott esetben a sűrűség növekedése váltja ki a diszrupciót.

2. *Prekurzor fázis.* Amikor a plazmában végbemenő változások elérnek egy határt, kialakul egy MHD-instabilitás. Ezt a legjobban az $m = 2$ módus által keltett mágneses oszcillációk mutatják, ami korábban nem volt jelen a plazmában, vagy kis amplitúdó mellett állandósult. Ez a növekedési szakasz változó hosszúságú, de kb. 10 ms nagyságrendű közepes méretű tokamakok esetében. Az $m = 2$ mellett más alacsony poloidális módusszámú jelenségek is megfigyelhetők.

3. *Gyors fázis - termikus kioltás.* Miután az MHD-instabilitás lényeges méretet öltött, újabb kritikus pont következik, amelyet lényegesen gyorsabban zajló események követnek. A plazma központi hőmérséklete tipikusan ms nagyságrendű idő alatt közel nullára zuhan. Emiatt a plazma áramsűrűség profilja lényegesen megváltozik, ami egy igen nagy, negatív feszültségcsúcsot idéz elő. A feszültségcsúcs abszolút értéke akár 10-100-szorosa is lehet a normál körülmények között mérhető (pozitív) hurokfeszültségnek. A nagy hurokfeszültség miatt kialakulhatnak az ún. elfutó elektronok, amelyek a tokamakban egy toroidális körülfutás alatt a hurokfeszültségből több energiát nyernek, mint amit ütközések során elveszítenek. A folyamat öngerjesztő, mivel az elektronok energiájának növekedésével nő a szabad úthossz is. Az elfutó elektronok ilyen módon akár több MeV energiára is szert tehetnek, és jelentős áramerősséget képviselő nyalábba rendeződnek. A mágneses tér gyengülésével pedig kikerülnek a tóruszból, és jelentős kárt képesek okozni a berendezés belső falán.

4. *Áramkioltási fázis.* Végül a plazmaáram is nullára csökken - ennek időtartama számos feltételtől és a plazmapozícionáló rendszerek teljesítményétől is függ; a csökkenés mértéke azonban meghaladhatja akár a 100 MA/s értéket is. Ebben a fázisban jelentős örvényáramok alakulnak ki a berendezés alkatrészeiben, amelyek mágneses tere egymással kölcsönhatva hatalmas mechanikai erőket ébreszt a tokamak szerkezetében. Ezekre az erőhatásokra méretezni kell a berendezést, ami korlátot szab az alkalmazható plazmaáram mértékére.

7.5.1. Alacsony q diszrupciók

A biztonsági tényező - ahogy neve is utal rá - fontos jellemzője a plazma stabilitásának. Ha értéke túl alacsony, az könnyen diszrupcióhoz vezethet. Ennek oka, ahogy a fejezet elején tárgyaltuk is, az $m = 1$ kink módus kialakulása és növekedése. A q értékét csökkenti, ha növeljük a plazmaáramot - ekkor a plazma belsejében kialakul az ún. $m = 1$ fűrészfog instabilitás. Ezek az oszcillációk korlátozzák a mágneses tengelyen az áramsűrűséget, azaz ellaposítják az áramprofil, ami meredek áramsűrűség- gradienshez vezet a plazma szélén. Végül a $q = 2$ felület megközelíti a plazma külső felületét, ahol a meredek áramsűrűség- gradiens található, ami igen kedvező feltételeket teremt mágneses szigetek kialakulásának (ún. tearing módus), és végül diszrupcióhoz vezet.

7.5.2. Maximális sűrűség diszrupciók

Ha a plazma sűrűsége meghalad egy bizonyos - fűtési teljesítménytől, a berendezés méretétől, mágneses térszerkezetétől is függő - határértéket, diszrupció következik be. Ennek oka a következő: a sűrűség növekedésével a szennyező részecskék száma is nő. Ez számottevően növeli a plazma sugárzását, ami leginkább a plazma hidegebb régióiban (a szélén) jelentős, ahol az alacsony rendszámú szennyezők sem teljesen ionizáltak. Ha a sugárzásos hőveszteség mértéke eléri a 100%-ot, akkor megszűnik a hővezetés a plazma és a berendezés között, azaz a plazma termikusan elszigetelődik. Ekkor a plazma összehúzódik, a kissugár csökken, és ennek megfelelően átrendeződik az áramsűrűség-eloszlás is. Az összehúzódot szélplazmában tehát instabil értékre csökken a q . Kiegészítő fűtéssel vagy α -fűtéssel az elérhető maximális sűrűség értéke növelhető, a biztonságos üzemeltetés határa kitolható.

7.6. Feladatok

7.6.1. 1. feladat

Az MHD módusok módusszámát leggyakrabban mágneses (pl. Mirnov) szondákkal szokták meghatározni. Ehhez a tórusz körül egy poloidális és/vagy toroidális síkban helyezik

el a szondákat. Mivel a módusok a mágneses erővonalak mentén helyezkednek el, mind-egy, hogy a poloidális vagy a toroidális módusszámot határozzuk meg, az egyik ismeretében a másik kiszámítható, ha ismerjük a biztonsági tényezőt. Ha csak egy fél kört tudunk lefedni a szondákkal (pl. poloidálisan az LFS felől, toroidálisan a középsíkon) melyik szondaelrendezést használná a módusszám meghatározásához? Miért?

7.6.2. 2. feladat

Hogyan határozná meg egy módus sebességét egy toroidális félkört átfogó Mirnov-szondák segítségével?

8. fejezet

Zoletnik Sándor: Transzport és turbulencia

8.1. Energiaveszteség és transzport

Mint láthattuk a fúziós reaktor megvalósításának kulcskérdése a τ_E energiaösszetartási idő növelése, azaz a plazma energiaveszteségének csökkentése. Térbeli eloszlásuk alapján a veszteségek alapvetően kétfélek lehetnek: térfogati veszteség (sugárzás) és felületi veszteség (hő- és részecsketranszport). A sugárzási veszteség legnagyobb részét tiszta plazma esetén a fékezési sugárzás adja: $P_S \sim Z_{eff} n_e^2 \sqrt{T_e}$, amely akadálytalanul távozik a plazmából. Mivel a plazma alfa fűtése szintén térfogati forrás és a sűrűség négyzetével arányos, a sugárzási veszteségnek az alfa fűtéshez való arányát az optimális fúziós hőmérsékleten csak az effektív rendszám határozza meg. Tiszta DT plazmára a numerikus értékek lehetővé teszik reaktor építését. A hővezetéssel már más a helyzet. Mivel ez a felülettel arányos, a berendezés méretének növelésével $1/R$ szerint csökken a hővezetési veszteség aránya a fúziós teljesítményhez képest. Ez tehát azt jelenti, hogy transzport dominált esetben a berendezés méretének növelése javít az energiamérlegen. Már korai kísérleti eredmények is azt mutatták, hogy a laboratóriumi fúziós berendezések transzport dominált tartományban vannak, ezért természetes folyamat volt a berendezések méretének növekedése. Ez természetesen nem lehetséges minden határon túl ezért alapvető kérdés a hőtranszport megértése és szabályozása.

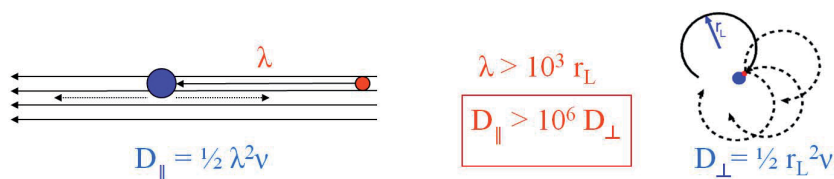
8.2. Klasszikus transzport

A laboratóriumi fúziós kísérletekben a plazma sűrűsége igen kicsi, tipikusan a légköri sűrűség milliomod része ($10^{19} - 10^{20} m^{-3}$). A töltött részecskék közötti Coulomb ütközések gyakorisága az elektronhőmérséklet minusz háromkettedik hatványa ($T^{-3/2}$) szerint változik, tehát a hőmérséklet növelésével erősen csökken. Ez a két hatás oda vezet, hogy

a fúziós plazmákban a részecskék két ütközés közötti szabad úthossza összemérhető, vagy nagyobb mint a berendezés mérete. Ilyen körülmények között azt várnánk, hogy a plazma leginkább mint egyedi részecskék halmaza viselkedik és a részecskék kollektív viselkedése másodlagos szerepet játszik. Ebből a megfontolásból dolgozták ki a fúziós plazmák transzport elméletét. Ennek kiindulási alapja, hogy a részecskék Larmor pályán mozognak és egy Larmor körnél sokkal ritkábban ütköznek, ahogy azt a 8.1 ábra mutatja. A mágneses erővonalakkal párhuzamosan két ütközés között átlagosan $\lambda_{\parallel} = v_{\parallel}/\nu$ távolságot futnak be, míg az erővonalakra merőlegesen az ütközéskor átlagosan egy r_L Larmor sugárnyival ugrik el a részecske. (ν az ütközési frekvencia, $r_L = (ev_{\perp})/(mB)$ a Larmor sugár.) Mindkét folyamat klasszikus bolyongásos diffúzió, tehát a diffúziós együttható a lépéshossz négyzetével és az ütközési frekvenciával arányos:

$$D_{\parallel} = \frac{1}{2} \lambda_{\parallel}^2 \nu = \frac{1}{2} \left(\frac{v_{\parallel}}{\nu} \right)^2 \nu = \frac{v_{\parallel}^2}{2\nu} \quad (8.1)$$

$$D_{\perp} = \frac{1}{2} r_L^2 \nu \quad (8.2)$$



8.1. ábra. Klasszikus transzport a plazmában az erővonalakra párhuzamosan és arra merőlegesen.

Mivel a szabad úthossz legalább méter, a Larmor sugár pedig legfeljebb mm nagyságrendű látható, hogy a párhuzamos irányú diffúziós együttható legalább 6 nagyságrenddel nagyobb mint a párhuzamos, és a tendencia a hőmérséklet növelésével még fokozódik mivel $\nu \sim T_e^{-3/2}$. Ez oda vezet, hogy a mágneses felületek mentén minden plazmaparaméter nagyon gyorsan kiegyenlítődik, a lényeges transzport folyamatok a mágneses felületekre merőlegesen zajlanak. A transzport tehát effektíven egydimenziós melyet a D_{\perp} diffúziós együttható határoz meg. Ezt a folyamatot hívjuk klasszikus transzportnak.

A helyzet némileg módosul tengelyszimmetrikus toroidális geometriában amikor a drift mozgás és a mágneses tükör effektus elmozdítja a részecskéket a mágneses erővonalokról. Továbbra is zárt pályák alakulnak ki de a részecskék egy része úgynevezett banán-pályákon mozog, amelyek áthaladnak szomszédos mágneses felületeken. Ezekre a pályákra a részecskék be- és kiszóródása szintén az ütközési frekvenciával zajlik, tehát a banánpályák által dominált rezsimben a lépéshosszat a banán pályák szélessége fogja helyettesíteni. Ez nagyobb diffúziós sebességet okoz, de még mindig klasszikus transzport

folyamat. Sztellarátor konfigurációban a helyzet még bonyolultabb, de numerikusan jól modellezhető. A konkrét toroidális berendezésekre a driftek figyelembevételével kiszámolt ütközéses diffúziós folyamatot neoklasszikus transzportnak hívjuk.

8.3. Anomális transzport

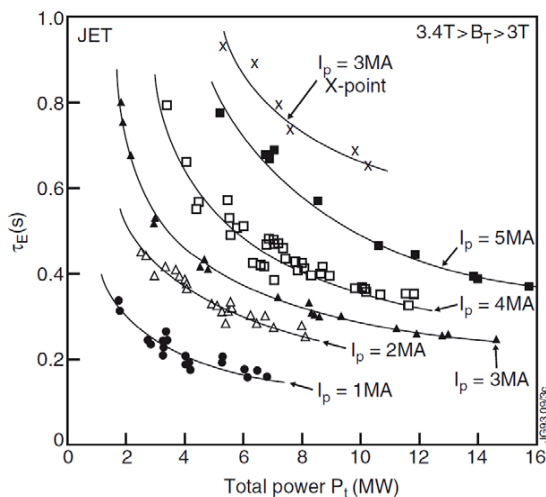
Már korai fúziós kísérletekben tapasztalták, hogy a neoklasszikus transzport alapján számolt energiaveszteség lényegesen (nagyságrendekkel) kisebb, és paraméteres függésében más mint a kísérletileg tapasztalt értékek. Például D_{\perp} (8.2) alapján az ütközési frekvenciával (tehát a sűrűséggel) növekedne. Evvel szemben a korai tokamak kísérletekben az energiaösszetartási idő a sűrűséggel lineárisan növekedett, tehát az effektív diffúziós állandó csökkent. Ez a jelenséget nevezzük anomális transzportnak. Az anomális transzport minden részletében máig meg nem értett folyamat, azonban az elméletek már számos esetben a mérésekhez közeli eredményt adnak.

8.3.1. Kísérleti tapasztalatok

Mint fentebb említettük korai, kizárólag Ohmikusán fűtött tokamak kísérletekben azt tapasztalták, hogy az energiaösszetartási idő lineárisan növekszik a plazma sűrűségével[Soldner,1988], ezt hívjuk lineáris ohmikus összetartásnak (linear ohmic confinement, LOC). A tendencia egy sűrűség értéknél megáll, az telítődött ohmikus összetartás (saturated ohmic confinement, SOC). A tendenciát több berendezésen kimutatták, de az ellentétes a neoklasszikus diffúzió paraméteres függésével.

A kiegészítő fűtések bekapcsolásakor azt tapasztalták, hogy a fűtési teljesítmény növelésével az energiaösszetartási idő kb. $\tau_e = P_{add}^{-\alpha}$ szerint csökken, ahol $\alpha \simeq 0.69$ [Doyle,2007]. A 8.2 ábra erre mutat példát a JET tokamakról. Ez a teljesítmény degradációnak (power degradation) nevezett tendencia független a fűtési eljárástól, és mind tokamak, mind sztellarátor berendezésen univerzálisan érvényesnek találták. Érdekes kérdés, hogy vajon a transzportot meghatározó paraméternek nem a hőmérséklet, hanem a fűtési teljesítmény adódott, annak ellenére, hogy ez nem a plazma tulajdonságát írja le. Vajon a transzportsebesség változása mikor következik be, a fűtés bekapcsolásakor vagy valamilyen plazmaparaméter megváltozásakor? Ennek tisztázására különböző kísérleteket végeztek, pld. az elektron-ciklotron mérés intenzitását nagymértékben modulálták[Stroth,1996]. Az elektronthőmérséklet változását mérve különböző helyeken kiszámították, hogy milyen hődiffúziós együttható írja le a mért hőmérsékletváltozást. Azt kapták, hogy a fűtés változásakor a teljes mért tartományban a hőhullám terjedésénél sokkal gyorsabban megváltozik a hődiffúziós együttható. Más kísérletek különböző módon lokálisan perturbálták a plazma hőmérsékletét, például szennyező belövással hűtötték a plazma szélét[Gentle,1995]. Bizonyos paramétertartományban azt kapták, hogy a hődiffúziós együttható a belövésakor nagyon gyorsan megváltozik, azonban nem csak a hűtés által

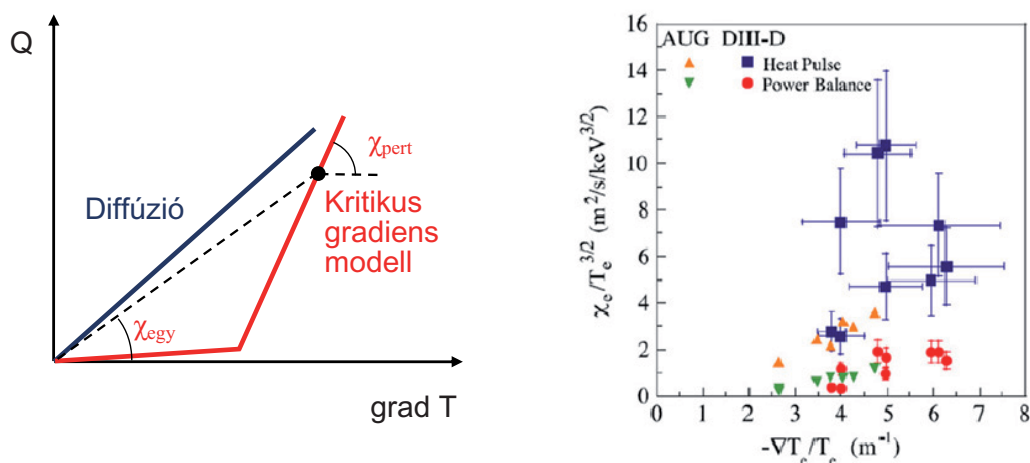
érintett mélységben, hanem annál sokkal mélyebben is. Az általános tapasztalat tehát, hogy a hődiffúziós együttható reakciója nagy külső perturbációra gyorsabb mint a mért hőmérséklet és sűrűség változása és a reakció nem-lokális. Ez mindenképpen azt mutatja hogy semmilyen, a plazma paramétereiből levezetett hődiffúziós elmélet nem írhatja le a fúziós kísérleteket.



8.2. ábra. A JET tokamak mért energiaösszetartási ideje két konfigurációban a kiegészítő fűtési teljesítmény függvényében [Watkins,2002]. Az "X-point" feliratú görbe a H-mód plazma energiaösszetartási idejének javulását mutatja a 3 MA-es görbéhez képest.

További kérdés, hogy vajon diffúziós folyamatként értelmezhető-e egyáltalán a hővezetés a fúziós plazmákban. Hődiffúzióról akkor beszélünk, ha a hőáramsűrűség arányos a hőmérséklet gradienssel. Ezt kétféleképpen lehet tesztelni. Meg lehet mérni a különböző fűtési eljárások teljesítményeloszlását, a veszteségi sugárzás eloszlását, valamint a plazmaparaméterek térbeli eloszlását. A három adatból ki lehet számolni hogy az egyensúlyi állapotot milyen hődiffúziós együttható eloszlás adja vissza. Másik megoldás, hogy valamilyen módon kismértékben perturbáljuk a plazma hőmérsékletét és megnézzük a hőhullám terjedését, melyből kiszámítható egy "perturbatív" hődiffúziós együttható. Ideális diffúziós esetben a kettő megegyezik. A kísérletek azt mutatták, hogy bár a kismértékű perturbációs kísérletek leírhatók diffúziós közelítéssel, a perturbatív diffúziós együttható nem egyezik meg feltétlenül az egyensúlyi értékekkel, sőt egyes esetekben egy gradienstől független hőáramsűrűséget (thermal pinch) is kaptak. A téma legpontosabb vizsgálatát a hőáramsűrűség mérése jelentené a hőmérsékletgradiens függvényében. Ezt igen nehéz kísérletileg megvalósítani, azonban néhány mérés rendelkezésre áll, mint például a 8.3 ábrán látható. Az eredmény szerint a hőáramsűrűség egy kritikus gradienstől hirtelen kezd növekedni. Ebből következik már, hogy egy adott állapotban (az ábrán a fekete pont)

az egyensúlyi hőáramsűrűségből számolt effektív hővezetési együttható kisebb mint a kis perturbációra kapott. Sok kísérletben tapasztalták azt is, hogy a plazma hőmérséklet-gradiense "merev" (stiff), ami megintcsak azt mutatja, hogy egy kritikus gradiens felett erősen megnő a hőáramsűrűség, és ez korlátozza a további gradiens növekedést. Ez arra utal, hogy a plazmának van valami olyan transzportot meghatározó tulajdonsága, amelyet a szokásos mérések (hőmérséklet, sűrűség, ...) nem fednek le és amely egy kritikus hőmérséklet gradiens felett nagy transzportot okoz.



8.3. ábra. A küszöbrel rendelkező nemlineáris hővezetés modellje (balra) és a normált hődiffúziós együttható mért értéke a normált hőmérsékletgradiens függvényében az ASDEX Upgrade tokamakon[Doyle,2007].

A fúziós kísérletek során olyan spontán állapotváltozásokat is tapasztaltak, melyekben a hődiffúziós együttható hirtelen megváltozik. A legjobban megértett eset az L-H átmenet[Wagner, 2007], melyet először a korai divertoros kísérletekben tapasztaltak az ASDEX tokamakon, majd minden divertoros tokamakon reprodukálták. Az átmenet során a plazma energiaösszetartási ideje spontán módon kb. 2-es faktoriall nő meg, az alacsony (L) összetartású módból magas (H) módba megy át. A folyamat során a plazma szélén az effektív hő- és részecskediffúziós együttható egy néhány cm-es rétegben lecsökken, ezért egy lépcsőszerű hőmérséklet- és sűrűség ugrás alakul ki, melyet pedesztálnak hívnak. A pedesztálon belül a transzport együtthatók változatlanok maradnak. A H-mód kompenzálni képes a teljesítmény degradáció egy részét és így rendkívül fontos a fúziós erőmű megépítéséhez.

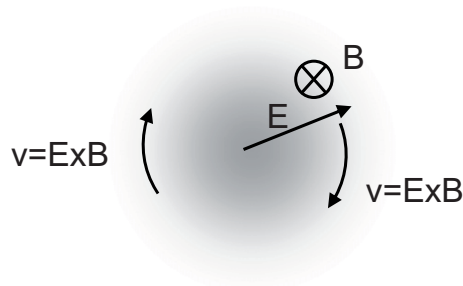
8.4. Plazmaturbulencia

Az előző fejezetben leírt kísérleti tapasztalatok azt mutatják, hogy a plazmán belüli hő- és részecské transzportot egy effektív diffúziós együttható írja le, amelyet azonban a plazmának valami olyan tulajdonsága határoz meg melyet a transzport idő- és térskáláján működő mérések nem bontanak fel. Erre lehetséges magyarázatként már az 1970-es években felmerült, hogy mikroszkopikus skálájú turbulens áramások vannak a plazmában, amely B_{\perp} áramlásai okozzák az anomális transzportot. Ha a turbulencia a szokásos mérések cm térbeli felbontásánál kisebb vagy ms időbeli felbontásánál rövidebb skálán zajlik akkor a mérések számára láthatatlan és csak egy megnövekedett effektív transzport együtthatóként jelenik meg.

8.4.1. Instabilitások

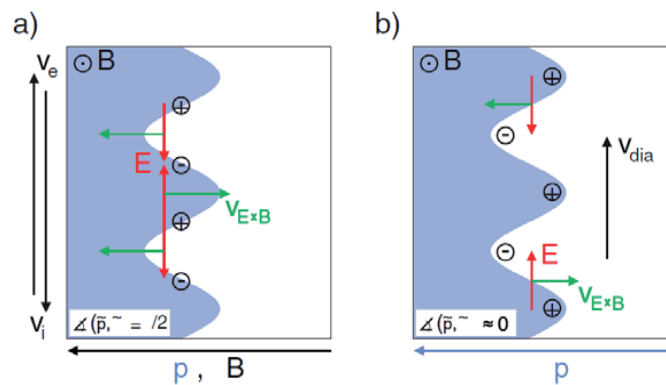
Fúziós plazmában számos instabil hullám és perturbáció létezik. Az nagyméretű perturbációk (pl. kink instabilitás) jól láthatók a mérésben és akár a plazmaösszetartás teljes összeomlásához is vezetnek. Ezek nem tartoznak a turbulencia jelenségkörbe mivel a plazma makroszkopikus egyensúlyát határozzák meg. Vannak kisebb hullámhosszú és nagyfrekvenciás jelenségek mint pld. Alfvén hullámok, amelyek állandó, vagy kissé változó amplitúdóval megjelennek a plazmában azonban nem feltétlenül okoznak transzportot. Ennek oka, hogy kis amplitúdó esetén ezek a hullámok egy egyensúly körüli harmonikus rezgőmozgást írnak le, amelynek időbeli átlaga 0. Transzportért olyan jelenségeket gondolunk felelősnek, amelyek nem harmonikus rezgést írnak le, hanem valamilyen időben korlátos mozgást, amelynek nem 0 az átlaga. Ilyen eseményekhez nem kell a plazma mágneses térszerkezetének megváltozását feltételezni, az $E \times B$ driftmozgás enélkül is lehetőséget ad erre. A modellt a 8.4 ábra mutatja. Tegyük fel, hogy a plazmában az elektrosztatikus potenciál erővonalakra merőleges eloszlása valami okból egy kis kerek tartományban megváltozik. Ebben a tartományban egy radiális elektromos tér lép fel, amely a plazmát (elektronokat és ionokat egyformán) az $E \times B$ sebességgel körben áramoltatja. Ha egy ilyen örvény helyén pld. az elektron hőmérsékletnek gradiense van és az örvény egy fél fordulat után elhal, akkor a két oldalon a hidegebb és melegebb plazma egy-egy kis darabja helyet cserél egymással, tehát az örvény hőtranszportot okoz. Ilyen potenciál perturbációk a plazmában könnyen fellépnek, amennyiben az elektron- és ionsűrűség kissé eltér. Ezt a mechanizmust elektrosztatikus konvekciónak nevezik és a legfontosabb turbulencia transzport mechanizmusnak gondolják. Magasnyomású plazmában más mechanizmusok is elképzelhetők, amelyek már a mágneses térszerkezetet is módosítják, ezeket elektromágneses effektusoknak nevezik.

Két hullámfajta ismert, amelyet felelősnek gondolnak az elektrosztatikus konvekció kialakulásáért, a mechanizmusokat a 8.5 ábra mutatja. Mindkét esetben egy hullám alakú perturbációt tételezünk fel egy mágneses felület mentén és megnézzük ennek stabilitását. Amennyiben instabil, ilyen hullámok gerjesztése várható, de későbbi növekedésükről ez



8.4. ábra. Elektrosztatikus örvény vázlata. A színezett tartomány az elektrosztatikus potenciálcsúcsot jelzik, az ebből keletkező elektromos tér az örvény közepe körül áramoltatja a plazmát.

a lineáris vizsgálat nem ad számot.



8.5. ábra. A kicserélődési instabilitás (balra) és a drift hullám (jobbra) szemléltetése[Grunke,2002].

A kicserélődési instabilitás (interchange mód) esetén a plazma perturbációját tesszük fel a tórusz külső oldalán ez egyelítői síkban. A plazmaréteg elmozdulása vízszintesen történik a függőleges koordináta mentén periodikusan. Feltesszük, hogy balra a plazma magasabb sűrűségű, tehát ahol jobbra mozdul a plazma ott magasabb lesz a sűrűség. A mágneses tér $B \sim 1/R$ szerinti változása miatt egy $\nabla B \times B$ drift lép fel, amely különböző előjelű az elektronokra és ionokra. Ábránkon az ionok lefelé, az elektronok felfelé fognak driftelni. Ennek hatására elektron többlet keletkezik a magasabb sűrűségű tartományok tetején, míg elektron hiány az alján. Mivel a drift sebesség a kinetikus energiával arányos, ezért a kialakuló töltésszétválás nagysága a nyomással arányos. A keletkező függőleges elektromos tér $E \times B$ driftet okoz amely mind az ionokat, mind az elektronokat áb-

ránkon jobbra mozgatja, tehát növeli a perturbációt, kicserélődési instabilitás jön létre. Ha ugyanezt a perturbációt a tokamak belső oldalán tesszük fel, akkor az ábrán a nyomásgradiens megfordul, és az $E \times B$ drift éppen csökkenti a kitérést. A kicserélődési instabilitás tehát csak ott működik, ahol a mágneses tér gradiense és a nyomásgradiens egyirányú. Természetesen a mágneses erővonalak mentén zajló gyors transzport és a mágneses tér helikális csavarodása összeköti a külső és belső tartományokat, így csökkenti a külső oldalon az instabilitást. Nagyobb nyomáson az instabilitás olyan erős lehet viszont, hogy az erővonalak menti transzport ellenében is képes növelni a perturbációt. Az ilyen, a tokamak külső oldalán növekvő perturbációt "ballooning mode"-nak hívják.

A tokamak plazma határán a mágneses erővonalak véges távolság után limiter vagy divertor lemezekre végződnek, tehát a plazma külső és belső oldala nincs összekapcsolva. Itt tehát a külső oldalon akadálytalanul nőhet a kicserélődési instabilitás. Ennek megfelelően a kicserélődési instabilitás a plazma szélére jellemző.

A 8.5 ábrán bemutatott másik perturbáció a "drift hullám". Itt ismét függőleges irányban periodikus perturbációt teszünk fel mint a kicserélődési instabilitásnál azonban feltesszük, hogy az erővonalak mentén messze a perturbáció lecseng és perturbálatlan plazmában végződik. Ebben az esetben a magasabb sűrűségű tartományok és az erővonalak mentén távoli perturbálatlan tartomány közötti elektronsűrűség különbség van és az elektronok addig fognak a két tartomány között átáramlani, míg a kialakuló potenciálkülönbség ki nem egyenlíti a kétoldali nyomáskülönbséget, tehát a magasabb sűrűségű tartományokban pozitív potenciál lesz. (Ez a Boltzmann reláció.) Elektromos tér alakul ki a hullámban a kisebb és nagyobb sűrűségű tartományok között amely azonban most éppen a 0 perturbációnál lesz a legnagyobb. Az $E \times B$ drift ekkor tehát nem a csúcsot növeli, hanem a hullámot mozgatja az ion diamágneses drift irányában. A drift hullám tehát egy poloidális irányban haladó perturbáció amely marginálisan stabil. A mechanizmusban nincs része a nyomásgradiens és a mágneses tér gradiens relatív irányának, tehát ez a mechanizmus a tórusz mindkét oldalán működik. A marginális állapotot elhangolhatja mind a stabilitás, mind az instabilitás felé egy fáziseltolás a potenciál és a sűrűségperturbáció között. Ilyen mechanizmus több is lehet, ennek megfelelően a drift hullámok egyes paramétertartományokban instabilak lehetnek.

A perturbációban a sűrűségkülönbséget a távoli perturbálatlan tartományhoz képest természetesen az ionok tartják fent, ennek megfelelően az ion hangsebességgel egyenlítődik ki. Az ionok sebessége viszont sokkal kisebb mint az elektrónoké, például 1 keV hőmérséklet és 2 m tórusz sugár mentén a tóruszt az ionok kb. $25 \mu s$ alatt futják be, tehát ilyen időskálán élhet a perturbáció.

A drift hullám mechanizmus tárgyalásánál a Larmor sugarat végtelen kicsinek vettük. Ez természetesen nem igaz, az ion Larmor sugárnál kisebb perturbációk nem maradnak egyben. Tipikus mágneses fúziós plazmában ez néhány mm nagyságrendbe esik, tehát ezek az ion drift hullámok mm-cm skálán léteznek. Meg kell említeni, hogy vannak az elektron Larmor sugár skáláján létező elektron drift hullámok is, amikor az ionsűrűség perturbálatlan állapotában elektronsűrűség perturbáció jelenik meg.

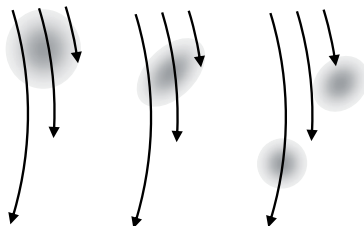
A fúziós plazmák belső tartományaiban az elektron vagy ion drift hullámok a legfontosabb turbulencia mechanizmusok. Növekedésüket elsősorban az ion- illetve elektronhőmérséklet radiális gradiense okozza, bár vannak más lehetőségek is. Az ion drift hullám instabilitást Ion Temperature Gradient (ITG), az elektron drift hullám instabilitást Electron Temperature Gradient (ETG) névvel illetik.

8.4.2. Turbulencia modellek

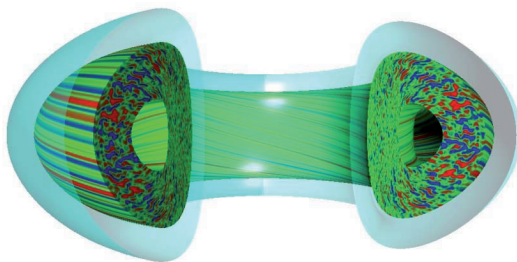
A drift hullám instabilitás a fúziós plazmák belső tartományaiban mm-cm skálájú perturbációkat jósol, melyek poloidális irányban hullámjellegűek, míg radiális irányban nem. Élettartamuk valahol a $10 \mu s$ körüli tartományban várható, tehát a szokásos hőmérséklet, sűrűség mérések számára valóban nem láthatók. Az első célzott turbulencia mérés kísérletek azonban megmutatták, hogy tipikusan a 100 kHz-es tartományban, széles frekvenciasávban és mm skálán kis amplitúdójú perturbációk gyarkorlatilag állandóan jelen vannak a plazmában [Doyle,2007], ráadásul amplitúdójuk változik a plazma változásával. Ennek megfelelően a modellezők figyelme is elsősorban az ITG instabilitás felő fordult. Analitikus számításokkal csak egyes kiválasztott esetek kezelhetők, ezért numerikus szimulációs modellekre van szükség. A számításokhoz legalább kétfolyadék (elektron, ion) modell szükséges vagy az elektronokat mozgását a Boltzmann reláción keresztül lehet figyelembe venni. Mivel a folyadék modellek a Larmor sugár körüli tartományban nem feltétlenül érvényesek, azért leginkább kinetikus modelleket szokás alkalmazni. A gyors Larmor mozgás miatt a transzport időskálához képest nagyon rövid időlépésekkel kellene a számításokat folytatni, ezért a Larmor mozgást kiátlagolják az egyenletekből, ez az 5 dimenziós giro-kinetikus egyenlet (3 tér valamint v_{\perp} és v_{\parallel}). Ilyen számításokat először kis radiális-poloidális kiterjedésű, toroidális irányban hosszú fluxuscsövekre folytattak, ezek igazolták az instabilitási mechanizmusokat és képesek voltak meghatározni, hogy mely hullámhosszakon instabilak az ITG hullámok. Ilyen számítások alapján a mért-höz hasonló nagyságrendű effektív hődiffúziós együtthatókat mutattak ki, melyek borús képet festettek a következő berendezésekben várható transzport együtthatókról. Az eredmények szerint a hőmérséklet gradiens egy kritikus értékénél az effektív hődiffúziós együttható hirtelen felnövekszik, mint azt a kísérletekben látták is. Viszont a kísérletekben látott egyensúlyi hőmérsékletgradiensek felette voltak a modellekből számított kritikus értéknek.

A tokamak teljes poloidális és toroidális kiterjedését legalább egy korlátos radiális tartományban lefedő turbulencia modellek a fluxuscső számításoktól különböző eredményt szolgáltatottak. Megfigyelték, hogy a kritikus hőmérsékletgradiens magasabb értéket mutat, ez a Dimits-eltolódás [Doyle,2007]. Az effektus onnan származik, hogy az instabil ITG hullámokat poloidális irányban mozgó, radiális irányban erősen változó sebességű $E \times B$, úgynevezett rétegáramlások, képesek elnyomni. Az elképzelést a 8.6 ábra szemlélteti. Amennyiben az áramlás nyírása olyan erős, hogy az ITG instabilitás élettartama alatt az instabilitás külső és belső széle jobban eltávolodik poloidális irányban mint az

instabilitás mérete, akkor az kisebb örvényekre esik szét és evvel effektíven csökken a radiális transzportsebesség. A mechanizmus lényege, hogy a nyírt áramlásokat maga a turbulencia képes gerjeszteni így egy önszabályzó mechanizmus keletkezik. Az ITG turbulencia zonális áramlásokat kelt, azok csökkentik az ITG turbulenciát és végül a turbulencia-áramlás rendszer valamilyen egyensúlyi állapotba áll be. Egy háromdimenziós modellszámítás eredményét mutatja a 8.7 ábra.



8.6. ábra. Turbulens örvény szétszakítása nyírt áramlással.



8.7. ábra. Tokamak plazma turbulencia szimulációja. Az ábra színekkel ábrázolja az elektrosztatikus potenciál pillanatnyi értékének eltérését az átlagtól.

A zonális áramlások lényegében a plazma potenciál radiális eloszlásának perturbációi, melyek $v = E \times B/B^2$ áramlást keltenek. Egyszerű kör keresztmetszetű tokamak esetén első közelítésben E állandó a poloidális és toroidális szög mentén, azonban a $B \sim 1/R$ összefüggés miatt a sebesség a tórusz külső és belső oldalán különböző lesz. Ez a sebességdivergencia legnagyobb a tórusz tetején és alján, és ezt valahogyan kompenzálni kell. Egyik lehetőség, hogy a csavarodó erővonalak mentén egy B_{\parallel} áramlás is megjelenik és így állandósult állapot alakul ki. Ez az alacsony frekvenciás rétegáramlás. Másik lehetőség, hogy a rétegáramlás oszcillál és a tórusz alja és teteje között egy hanghullám jelenik meg. Ez a Geodesic Acoustic Mode (GAM), tipikusan 5-30 kHz frekvenciájú poloidálisan és toroidálisan szimmetrikus periodikus áramlás-moduláció. A modellezések mindkét jelenséget mutatják és mindkettőt sikerült kísérletileg is megfigyelni..

A modellszámítások mára a mért értékekhez hasonló egyensúlyi effektív hődiffúziós együtthatókat képesek reprodukálni, azonban a részleteket és a tendenciákat nem tudják

előállítani, így új berendezések jellemzőinek számítására nem alkalmasak. Ennek oka a nagyon nagy számítási kapacitás igény, a folyamatok erősen nemlineáris jellege, valamint valószínűleg még figyelembe nem vett jelenségek. Például az ITG turbulencia mellett más módusok és létezhetnek, magasabb nyomáson az elektromágneses hatások is jelentősek lehetnek, a plazma gyors toroidális áramlása módosítja az instabilitások növekedését.

Érdeemes megjegyezni, hogy az önszabályzó turbulencia-áramlás rendszer magában hordozza spontán állapotátmenetek lehetőségét. Elképzelhető olyan helyzet, hogy a plazmában egy stabil, erősen nyírt áramlás keletkezik, amely elnyomja az ITG turbulenciát. Mivel ilyen áramlásnak erősen nyírtnak kell lennie, ezért az nem terjedhet ki nagyon vastag rétegre, tehát valamilyen keskeny, alacsony transzporttal jellemezhető réteget várnánk. Pontosan ezt figyelték meg a 8.3.1 fejezet végén említett H állapotban. Egyértelmű tehát, hogy az L-H állapotok különbsége egy stabil, nyírt áramlási rétegből fakad, melyet kísérletileg is kimutattak. Ennek ellenére egyetlen modell sem képes ma még az L-H átmenetet reprodukálni.

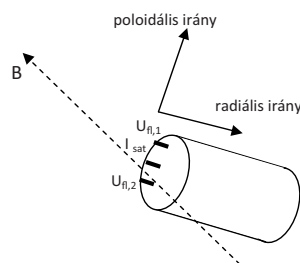
8.4.3. Turbulencia kísérleti vizsgálata

A plazmaturbulencia kísérleti vizsgálata speciális technikákat igényel, ezért külön fejezetben foglalkozunk vele. Mint az előző fejezetekben láttuk, a leginkább érdekes elektrosztatikus instabilitások, a ITG drift hullám és kicserélődési instabilitás, 10-100 kHz körüli frekvencián, mm-cm skálán modulálják a plazma potenciálját. Az $E \times B$ áramlási kép a potenciál deriváltjából, az elektromos térből állítható elő, tehát ideális esetben mérni kellene az elektrosztatikus potenciál térbeli eloszlását legalább mm térbeli és μs időbeli felbontással. E mellett szükséges lenne mérni alacsonyabb frekvencián a zonális áramlások potenciálszerkezetét, azok toroidális és poloidális szimmetria tulajdonságait melyek egymástól távol, sok méterrel elhelyezett mérési pontokat is feltételeznek. A turbulencia statisztikus jellege miatt hosszú adatsorok mérése szükséges stacionér állapotban.

Sajnos a potenciál mérésére leginkább csak a szondákkal elérhető szélplazmában van lehetőség. Itt számos mérést végeztek lebegő Langmuir szondákkal, melyek az elektronhőmérséklettel arányosan eltolt potenciált mérik. Feltéve, hogy az elektronhőmérséklet nem változik a potenciálváltozás kinyerhető. Egy tipikus elrendezést mutat a 8.8 ábra. Két szonda tűske poloidális irányban eltolva lebegőpotenciál módban üzemel, és méri a poloidális elektromos teret, amely a radiális $E \times B$ áramlás modulációjával arányos. Két radiális irányban eltolt tűske a radiális elektromos teret méri, amely a poloidális áramlási sebesség modulációit méri. Az elrendezés tartalmaz még egy szondát melyet ion telítési áram módban üzemeltetnek, az elektronhőmérsékletnél lényegesen nagyobb negatív potenciálon. Ekkor s szonda árama arányos az $n_e \sqrt{T_e}$ szorzattal. Ismét elhanyagolva a hőmérséklet fluktuációkat megkapjuk az elektronsűrűség fluktuációját. A radiális sűrűségtranszport kiszámítható a

$$\langle \tilde{n}_e \tilde{E}_p \rangle \sim \langle \tilde{n}_e \tilde{v}_r \rangle \quad (8.3)$$

mennyiségől, ahol a hullám jel az átlagtól való eltérést jelzi. Ilyen kísérletek valóban kimutatták, hogy a fúziós plazma szélén kicserélődési instabilitással jól összeegyeztethető turbulencia zajlik. A legutolsó zárt fluxusfelületen kívül a transzport időben jól lokalizált eseményekben zajlik, amelyek az erővonalak mentén sok méterrel elnyújtott, arra merőlegesen cm méretű hurka-szerű struktúrák (örvények, blob-ok) elhaladásával magyarázhatók. Ezek a nagysugár mentén kifelé haladnak és a fallal érintkező plazmarétegben a domináns transzport folyamatot adják. Kevés mérés van az elektronhőmérséklet fluktuációjára, és direkt mérés sem áll rendelkezésre a hőtranszport meghatározására. Bizonyítottnak tekinthető azonban, hogy a plazma szilárdtestekkel érintkező rétegében kicserélődési instabilitás dominál. A radiális terjedő örvények élettartama, az ezen belüli instabilitások még kutatás tárgyát képezik. Zonális áramlások ebben a tartományban nem találhatók.

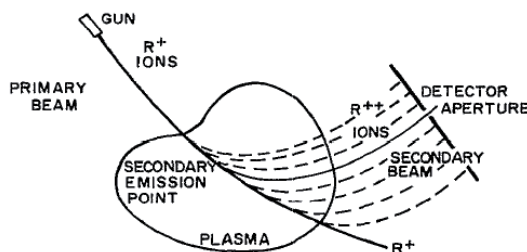


8.8. ábra. Turbulencia mérésre összeállított Langmuir szonda elrendezés.

A fallal már nem érintkező plazmarétegekben a szonda mérés csak a legszélső pár cm-ben lehetséges, ott is csak rövid időre. Annyit azonban sikerült meghatározni, hogy ebben a plazmarétegben drámaian megváltozik a turbulencia. A nagy egyedi eseményeket Gauss amplitúdóeloszlású, időben egyenletesen elosztott fluktuációk váltják fel. Ezek már az ITG instabilitás jellemzőit mutatják és kimutatták a zonális áramlások GAM és alacsonyfrekvenciás ágát is[Fujisawa,2009]. Statisztikai módszerekkel vizsgálható a turbulencia és a zonális áramlások kölcsönhatása is, egyes mérések kimutatták a turbulencia modulációját a zonális áramlások által. Ezek a mérések alapvetően igazolják, hogy a plazma szélén elektrosztatikus ITG turbulencia zajlik.

A plazma szondákkal nem elérhető rétegeiben elektrosztatikus potenciál mérésre csak egy módszer ismert, az úgynevezett nehézion szonda (Heavy Ion Beam Probe, HIBP) technika. A 8.9 ábra mutatja az elvet. Egy gyorsítóval egyszeresen ionizált nehéz (pld. Tallium, Cézium) ionokat lőnek a plazmába nagy (100-500 keV) energiával. A Larmor sugár ebben az esetben összemérhető a plazma méretével, az ionok tehát áthaladnak rajta. A plazma bizonyos százalékban ionizálja a nyalábot és a kétszeresen ionizált belőtt ionok más pályán hagyják el a plazmát. A megérkezés helyéből az ionizációs pont rekonstruálható. Az ionizációs pontig az ionok energiája a plazmapotenciál miatt eU -val változik, míg a kijövő ionoké $2eU$ -val, tehát a másodlagos nyalábok energiáját pontosan

mérve meghatározható az ionizáció helyén a potenciál. Ráadásul a szekundér ionnyaláb intenzitása közelítőleg arányos az ionizációs ponton érvényes plazmasűrűséggel. A HIBP berendezések bonyolultak, nagyméretűek és csak a plazma keresztmetszet bizonyos pontjait képesek elérni, mégis megvalósították őket néhány berendezésen és kimutatták az ITG hullámokhoz kapcsolódó plazmapotenciál fluktuációkat, valamint a rétegáramlásokat is. Ez alapján állítható, hogy a plazma belső tartományaiban is ITG turbulencia zajlik és zonális áramlások is jelen vannak.



8.9. ábra. Nehézion szonda elvi felépítése[Connor,1992].

A plazmapotenciál mérés korlátos lehetőségei miatt sok eljárás a plazma sűrűségfluktuációk mérésére irányul. Erre több módszer is van, a legnagyobb kategóriát Nyalábemissziós Spektroszkópia (NyES) néven lehet összefoglalni (a technikai részleteket lásd spektroszkópia fejezetben). Valamilyen atomnyalábot lövünk a plazmába, amely a mágneses téren akadálytalanul áthatol. A plazmában érve a gyors plazma részecskék gejesztik az atomokat melyek valamilyen karakterisztikus hullámhosszon fényt bocsátanak ki. A fény intenzitása első közelítésben a nyaláb- és a plazmasűrűség szorzatától függ, tehát a plazma sűrűségváltozása fényfluktuációként jelenik meg. Sajnos a plazma ionizálja is a nyalábot, az így keletkező ionok elhagyják a nyalábot és az atomnyaláb sűrűsége csökken, fénye elfogy. Az ionizáció kismértékben már a plazma szélén is jelentkezik, tehát a nyaláb fényintenzitása elvileg a plazma szélétől megtett teljes útról hordoz információt. A NyES mérések előnye, hogy a nyalábra oldalról nézve kétdimenziós képet kaphatunk a plazmaturbulencia által okozott sűrűségfluktuációkról. A turbulencia struktúrák mozgásából az áramlási sebességre is következtethetünk amennyiben a drift hullámok sebessége kisebb mint az $E \times B$ sebesség. Ez ez esetek jelentős részében teljesül, így zonális áramlások is mérhetők.

NyES típusú mérések több variációban léteznek. A plazma szélére egyszerű gázszelven hidrogén gázt fújva a plazma határrétegében tudjuk mérni a turbulenciát. Ez a módszer rendkívül erős fényt ad ezért nagysebességű kamerákkal is lehet mérni és jól ki lehet egészíteni a Langmuir szondás méréseket. Sajnos a plazma belsejébe a gáznyaláb nem jut be. Kicsit mélyebbre lehet nézni szuperszonikus nyalábokkal, amikor nagynyomású

gázt egy Laval fúvókán szupreszonikus nyalábbá formálnak, azonban a behatolóképeség itt is csak a plazma legszélső rétegeire terjed ki.

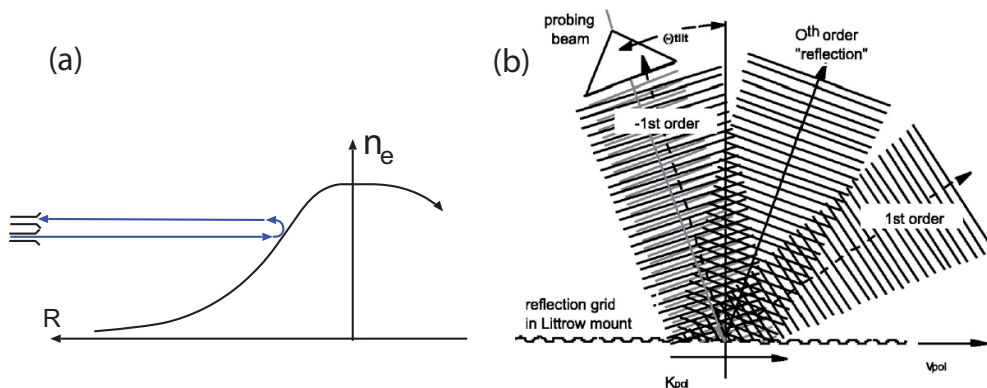
Nagyobb behatoláshoz gyorsított nyalábokat használnak. Elterjedt módszer a lítium atomnyaláb diagnosztika, amely tipikusan 30-60 keV energiájú lítium atomnyalábot állít elő. Ez 5-10 cm mélyen hatol a plazmába. A nyaláb csak 1-2 cm átmérőjű, így tetszőleges irányból megfigyelve is szinte pontszerű mérést kapunk, azonban így poloidális felbontás sem érhető el vele. A lítium atomnyaláb diagnosztika leginkább a plazma kissugár külső 10-20 százalékában a sűrűségeloszlás monitorozására szolgál, azonban turbulencia mérésre is használják és a zonális áramlások GAM ágát is kimutatták vele.

A plazma belső rétegeiben a plazma fűtésére szolgáló hidrogén atomnyalábok használhatók NyES mérésre. Evvel természetesen csak nyaláb fűtött plazmák vizsgálhatók. További probléma, hogy a nyaláb vonalas sugárzása megegyezik a plazma szélének nagyon erős sugárzásával, mivel a nyaláb ugyanolyan atomokból áll mint a plazma. Ezen úgy lehet segíteni, ha a nyalábot nem merőlegesen figyeljük meg, mivel ekkor a gyors nyaláb részecskék által kibocsátott fény néhány nm Doppler eltolódást szenved és jól megválasztott optikai szűrővel elválasztható a plazma saját fényétől. Mivel a fűtő nyalábok átmérője tipikusan 15-30 cm, ezért a cm méretű ITG turbulenciát csak úgy lehet megfigyelni, ha a látóirányok a mágneses erővonalak mentén vannak, amerre a turbulencia is elnyújtott.

Minden gyorsított atomnyaláb diagnosztika alapvető korlátja, hogy a nyaláb fénygegye, ezért nagy térszögű és jó hatásfokú optikára, valamint speciális detektorokra van szükség. Ilyen módszerekkel sikeres NyES mérések folytak fűtőnyalábokkal és először ezekkel sikerült kimutatni a plazma legbelső rétegeiben a drift hullám turbulenciát és a zonális áramlásokat.

További módszerek is léteznek a plazma sűrűségfluktuációk mérésére, amelyből a reflektometria különböző fajtáit érdemes először említeni. A módszer elve a 8.10(a) ábrán látható.

Mint a hullámterjedés fejezetben látható, egy ordinárius (a mágneses tér mentén polarizált) elektromágneses hullám csak akkor terjed a plazmában, ha frekvenciája nagyobb mint a plazmafrequencia. A plazmafrequencia arányos az elektronsűrűség gyökével, tehát a plazma széle felől befelé haladva emelkedik. Ha egy meghatározott frekvenciájú hullámot bocsátunk a plazmára, az addig fog behatolni, míg frekvenciája kisebb a helyi plazmafrequenciánál, arról a felületről ahol megegyezik a frekvencia visszaverődik. Első közelítésben úgy tekinthetjük, mintha ez a felület egy tükör lenne a hullámra. Merve a visszavert hullám fázisának változását a belövöthöz képest megkapjuk a "tükör" helyének változását. A fúziós berendezések szokásos sűrűségeinél 10-100 GHz körüli hullámokat kell használni reflektometriára, melyek hullámhossza néhány mm vagy 1 cm. Ennek megfelelően a mirohullámú nyaláb átmérője sem lehet ennél kisebb. A hullámhossz összemérhető az ITG turbulencia skálájával ami két problémát okoz. Egyrészt ha a "tükör" többet mozdul el mint egy fél hullámhossz, akkor a visszavert hullám fázisa többet változik mint 2π és a fázisváltozást nem lehet követni, nagy fluktuációs amplitúdóknál az



8.10. ábra. Reflektometria mérések elve. (a) Direkt reflektometria, (b) Doppler reflektometria[Hursch,2001].

eljárás hamis mérést ad. Másik probléma, hogy a kritikus felület érdessége egybeesik a hullámhosszal, ezért a visszeverődés valójában nem síkhullámot eredményez, hanem egy interferencia képet. Adott irányban megfigyelve a hullámot nem csak fázis, hanem amplitúdó változást is tapasztalunk. További nehézség a reflektometria módszerekkel, hogy nem meghatározott helyen, hanem meghatározott sűrűségértéknél mérnek a plazmában, a hely meghatározásához külön mérni kell a sűrűség eloszlást.

A fenti problémák ellenére a reflektometria mérések rendkívül sikeresek voltak a plazmaszél turbulencia mérésében, mivel a NyES mérésekhez képes kis zajjal rendelkeznek és nem igényelnek bonyolult és terjedelmes optikai rendszert. A reflektometria egy újabb változatát mutatja a 8.10(b) ábra, melyet Doppler reflektometriának neveznek. Ebben a turbulens plazma felületét egy optikai rácsnak fogjuk fel, melyről a mikrohullámok különböző rendekben verődnek vissza. Megfelelő geometriában kiválaszthatjuk az 1. rendet egy adott hullámra és rács hullámhosszra. Az ebbe az irányba visszavert hullám adott hullámhosszúságú perturbációkat mér. Ha a "rács" mozog, akkor a visszavert hullám frekvenciája eltolódik és a frekvenciaeltolódás arányos lesz a sebességgel. A visszavert hullám átlagos frekvenciáját kis időszakaszokra kiszámítva a turbulencia mozgási sebességének időbeli változása meghatározható. Doppler reflektometria mérésekkel kimutatták különböző zonális áramlások részletes tulajdonságait.

A sűrűségfluktuációs mérések másik lehetősége, hogy a plazmán átbocsátott hullám (mikrohullám vagy infravörös fény) kollektív szórását figyeljük meg a turbulencia hullámokon. Itt a plazma hullámok működnek rácsként, a szórás iránya a turbulencia hullámhosszból és a mérő hullám hullámhosszából számolható ki. Az ilyen típusú mérések általában korlátozott térbeli felbontással rendelkeznek, azonban képesek a jelenlévő hullámok hullámhossz és frekvenciaspektrumát meghatározni. Valójában ilyen CO₂ lézer szórás kísérletek adták az első utalást az ITG turbulencia jelenlétére az 1970-es évek-

ben. További előnyük, hogy más eljárásokkal ellentétben alkalmassák tehetők kisebb hullámhosszúságú ETG turbulencia mérésére is melyet NyES eljárások és hagyományos reflektometria módszerek nem képesek mérni.

A hőtranszport meghatározásához szükség lenne a plazma belsejében az elektronvagy akár ionhőmérséklet fluktuációkat is mérni. Erre ma csak egy módszer ismert, az elektron ciklotron emissziós (ECE) diagnosztika. Ez az elektronok ciklotron mozgása által keltett mikrohullámú sugárzást méri. Kellően nagy sűrűség esetén a plazma a saját ciklotron sugárzására nem átlátszó ezért a plazma felületi sugárzóként működik. A sugárzás intenzitása nem függ a plazmasűrűségtől, csak az elektronhőmérséklettől. Mivel a mágneses tér nagysága a tóruszban $1/R$ szerint változik, a ciklotron sugárzás frekvenciája is helyről helyre változik és adott frekvencia intenzitása egy adott hely elektronhőmérsékletével arányos. Sajnos a sugárzás intenzitása gyenge, ezért a jel statisztikus ingadozása nagy. Két antennával végzett korrelációs mérésekkel sikerült kimutatni, hogy az elektronhőmérséklet fluktuációk frekvenciája hasonló a sűrűségfluktuációkhoz, de relatív amplitúdója kisebb. Az ECE mérések további problémája, hogy a plazma híg szélén a sugárzás nem nyelődik el a plazmában és az intenzitás az elektronhőmérséklet és az elektronsűrűség keverékével lesz arányos. Újabb fejlesztésekben az ECE mérés mikrohullámú antennáját mikrohullámú optikával és nagyszámú vevő mátrixával helyettesítik annak reményében, hogy teljes kétdimenziós képet kapnak az elektronsűrűség fluktuációkról. Hasonló megoldással kísérleteznek reflektometria mérésben is, amely avval kecsegtet, hogy a teljes visszavert hullámfront detektálásával a visszaverő felület struktúrája rekonstruálható.

8.4.4. A plazmaturbulencia megértésének állapota

A fluktuáció mérések megmutatták, hogy az utolsó zárt fluxusfelületen kívül a sűrűségfluktuáció relatív amplitúdója több tíz százalék, a sonda mérésekből ismert örvényekkel van kapcsolatban. A jelenségek kicserélődési instabilitás által dominált turbulenciaként értelmezhetők, bár modellezésük reális háromdimenziós geometriában valamint a plazmával kölcsönhatással együtt még nem teljes.

Az utolsó zárt fluxusfelületen belül a relatív fluktuációs amplitúdó néhány cm-en belül 1% körülre csökken, majd a plazma belsejében néhány tized százalék. A frekvenciaspektrumok 100-200 kHz körüli széles tartományt fednek le, éles frekvenciák csak magnetohidrodinamikai hullámoktól és a GAM oszcillációktól vannak. Pooidális irányban néhány cm hullámhosszúságú hullám struktúra látszik, amely néhány periódus után lecseng. Radiális irányban 1-2 cm a korrelációs hossz és nem látható hullám alak. Ezek a struktúrák poloidális irányban mozognak az átlagos $E \times B$ áramlás és a zonális áramlások összegének megfelelő sebességgel. A modellezésben látott zonális áramlások léte és kölcsönhatása a turbulenciával bizonyított. A GAM oszcillációk változó radiális struktúrákat mutatnak, időnként kisebb-nagyobb radiális kiterjedésű platókkal. Az alapvető tulajdonságok jól egyeznek a turbulencia szimulációs eredményekkel, de pld. a zonális

áramlások részletei még nem érthetőek. A legújabb mérések azt mutatják, hogy az L-H átmenetet, legalábbis alacsony plazmasűrűségen, a zonális áramlások és a turbulencia ragadozó-áldozat (predator-prey) dinamikájú kölcsönhatása előzi meg, tehát vélhetőleg a H-mód stabil nyírt áramlásának keltésében a zonális áramlások szerepet játszanak. Az eredmények azt mutatják, hogy reális esély van a turbulencia folyamatok megértésére, bár biztos, hogy pontos kvantitatív jóslatokat az elméletek még legalább egy évtizedig nem fognak adni.

9. fejezet

Kocsis Gábor, Szepesi Tamás: Pelletek és forró plazma kölcsonhatása

9.1. Miért van szükség hidrogén izotóp és szennyező pelletekre?

Nagy általánosságban pelletnek nevezzük az apró tipikusan mm-cm méretű szilárdtest darabkákat. Alapvetően a szilárdtest darabkák plazmába injektálását arra találták ki, hogy a plazma üzemanyagát pótolják. A plazmát mint láttuk hidrogén izotóp gáz keveréke alkotja. Legegyszerűbben a kívánt gáz keveréket szelepeken át engedhetjük szabályozott módon a plazmába. Ez egy széles körben elfogadott módszer, azonban nem túl hatékony, ugyanis a a gáz molekulái a forró plazma szélén gyorsan disszociálódnak és ionizálódnak. A toroidális berendezésekben levő intenzív mágneses tér miatt a részecskék ott rakódnak le ahol ionizálódnak, azaz a plazma szélén. Innen transzportálódnak egyrészt a plazma belseje és külseje felé. Az üzemanyag utánpótlás sokkal hatékonyabb lenne, ha a plazma közepén rakódnának le a bejuttatott részecskék.

Erre találták ki a hidrogén izotóp pelleteket. Ezeket mint kis golyókat nagy sebességgel (100-1000m/s) a plazmába löve sokkal mélyebbre lehet a plazmába üzemanyagot juttatni. Mivel a hidrogén izotópok csak nagyon alacsony hőmérsékleten - kb. $10K^\circ$ - lesznek szilárd halmazállapotban, ezért előállításuk bonyolult folyamat: a szoba hőmérsékletű hidrogén (deutérium, trícium) gázból kell a kb. $10K^\circ$ hőmérsékletű, néhány mm^3 -es jégdarabokat készíteni, és ezeket sérülésmentesen a kívánt 100-1000 m/s sebességre gyorsítani, majd valamilyen úton (szintén sérülésmentesen) a plazmába juttatni. Az üzemanyag-pelleteket előállító berendezések ennek megfelelően bonyolult finommechanikát és folyékony héliummal működő kriogén technológiát használó berendezések. A feladatot nehezíti, hogy fagyasztott hidrogén izotópokból álló jég szivacsos szerkezetű -

hasonlóan egy hógolyóhoz -, ezért könnyen fragmentálódik.

A jelenlegi pelletbelövők által előállítható legkisebb pellet 1mm^3 körüli, ami nagyságrendileg 10^{20} db üzemanyag-atomot (leggyakrabban deutérium) tartalmaz. Ez az 1mm^3 -es technikai korlát a kísérletek szempontjából azt jelenti, hogy a legkisebb kriogén pellet részecsketartalma is összemérhető a plazmában található részecskék számával, még a jelenlegi legnagyobb berendezések esetében is. Az üzemanyag-pelleteket elsődleges funkciójukon túl instabilitások, mostanában főként ELM-ek keltésére használják.

A magfúziós kutatások során üzemanyagból készült pelleteken kívül egyéb, szennyezőanyagból (pl. lítium, alumínium, szén v. szénhidrogén) készült pelleteket is használnak. Az ilyen típusú pelletbelövések célja igen változatos. Szennyezőanyag-pelleteket használnak például diagnosztikai célokra, a plazma diszrupciója során keletkező óriási terhelések csökkentésére, vagy akár magának a pellet-plazma kölcsönhatásnak a vizsgálatára. A szennyező pelletek előnye, hogy lényegesen egyszerűbb - szoba hőmérsékletű - technológiára van szükség. Ennek köszönhetően az egészen kis méretű - akár $10\mu\text{m}$ - a plazmát alig perturbáló pelleteket is lehet a kísérletekhez használni.

Ez a fejezet nagyrészt a [Milora,1995],[Pegourie,2007],[Szepesi,2009] irodalmak alapján készült, ahol részletesebb információk is találhatóak.

9.2. Pellet készítési, gyorsítási és transzfer technikák

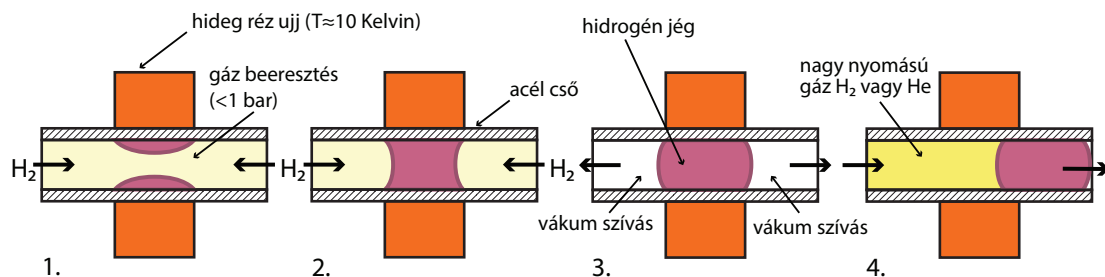
Ebben a fejezetben röviden összefoglaljuk a pellet készítésének, gyorsításának és plazmába juttatásának használt legfontosabb eljárásokat és technológiákat. A tárgyalást két részre bontjuk: kriogén (hidrogén izotópok) és szoba hőmérsékletű pelletekre.

9.2.1. Kriogén pelletek

Hidrogén izotóp jeget a legegyszerűbben úgy készíthetünk, hogy veszünk egy 1-100mm átmérőjű fém csövet aminek a kívánt hosszát folyékony héliummal kb. 10K° lehűtjük, ezután hidrogén gázt eresztünk a csőbe, mely a cső falára fagyva egy szilárd dugót fog képezni (9.1 ábra). Ha a cső falát egy kicsit felmelegítjük, akkor ez a dugó leválik és egy gázimpulzussal légpuskaszerűen a plazmába lőhető. Lényegében így működtek a plazmafizikai célra használt első kriogén pellet injektorok.

Mivel a jelenleg működő plazmafizikai berendezésekhez viszonylag nagy frekvenciájú (10-100Hz) és legalább 100 pelletet biztosító pelletbelövőre van szükség, ezért a 80-as években két új berendezés fajtát fejlesztettek ki: a centrifuga és a blower gun alapú pelletbelövőket. Ezt a két típust az ASDEX Upgrade tokamakon használt berendezések segítségével mutatjuk be ([Adelfinger,1993],[Lang,2007]).

A centrifuga pelletbelövőt a 90-es években állították üzembe, majd többszöri továbbfejlesztés után a rendszer maximum 120 pellet belövésére alkalmas maximum 80

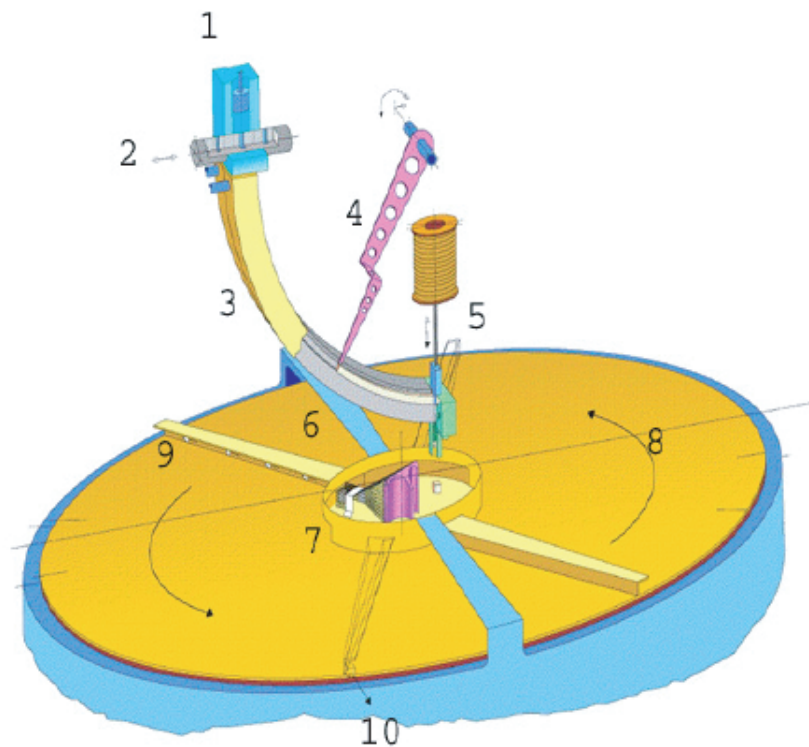


9.1. ábra. A legegyszerűbb kriogén pellet belövő működési elve.

H₂ ismétlési frekvenciával. A centrifuga működését a 9.2 ábra szemlélteti. Hasonlóan a legegyszerűbb pellet belövőhöz a hidrogén- vagy deutériumjeget a extrudáló kriosztát (1) állítja elő: egy dugattyú hengeres falát folyékony héliummal kb. 5 K hőmérsékletre hűtik, mitől a beengedett hidrogén izotóp gáz a henger falára kondenzálódik. Az így kapott kondenzátumot a dugattyú a henger aljára préseli, majd valamivel magasabb hőmérsékleten (deutériumnál kb. 13 K) és 300-400 bar nyomással a présfűvókán (2) keresztül a tároló kriosztátba (3) nyomja. Így egy jégrúd (6) keletkezik, amelynek keresztmetszetét a présfűvóka nyílása határozza meg. A jelenlegi rendszerben háromféle présfűvóka közül lehet választani: 1,4, 1,65 vagy 1,9 mm oldalhosszúságú négyzet keresztmetszettel. A tároló kriosztát szintén nagyon alacsony hőmérsékletű, feladata, hogy az elkészített jégrudat épségben megőrizze a felhasználásig (ami akár több 10 perc is lehet). A pelleteket a jégrúdból szeleteléssel állítják elő: egy tolókar (4) előretolja a jégrudat a kívánt pellet hosszúság eléréséig, majd a vágókar (5) levágja a rúd végét és a levágott darabot a centrifuga közepére löki, ahol egy kis belső kar a pozicionáló hengerig (7) gyorsítja. A pozicionáló henger nem forog a centrifugával együtt, célja, hogy a gyorsítás után a pelletek mindig ugyanazon a helyen hagyják el a centrifugát (10). A pozicionáló hengeren csak egy kb. 60-nyi rés található, amelyen keresztül a pellet csak akkor tud távozni, amikor a külső gyorsítókar (9) odaér.

A centrifugával kezdetben a LFS (körülbelül a plazma középvonalán) felől lőtték be a pelleteket, azonban felfedezték, hogy a HFS felől belőtt pelletek sokkal effektívebben pótolják a plazma üzemanyagát (lásd a későbbi fejezeteket) ezért azóta a HFS felől lehet a pelleteket a plazmába juttatni. Annak érdekében, hogy az 1 km/s sebességű pelletek is épségben elérjék a kívánt belövési pozíciót, a pelleteket nem a tórusz felé, hanem épp az ellenkező irányban indítják, és egy optimalizált, elliptikus repülési cső ('pellet hurok') irányítja őket a megfelelő helyre (9.3 ábra). A pellet minimális görbületét az határozta meg, hogy az 1000m/s méretű pelletek se fragmentálódnak és a csőbeli repülés közben bekövetkező anyagvesztés se legyen jelentős.

Hiába optimalizálták a pellet furkot, itt is fellépnek veszteségek. A pellet tömegének egy része - a Leidenfrost effektus ellenére - elpárolog a szoba hőmérsékletű, 17m hosszú

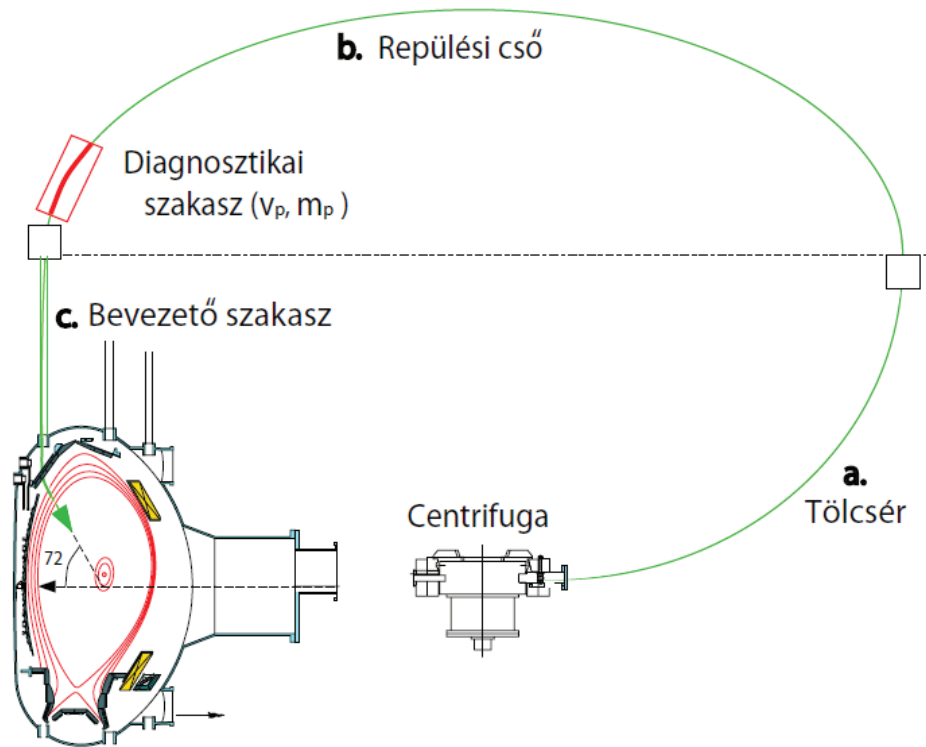


9.2. ábra. A centrifuga pelletbelövő sematikus rajza. Jelölések: extrudáló kriosztát (1), présfűvókák (2), tároló kriosztát (3), tolókar (4), vágókar (5) üzemanyagrúd (6), pozicionáló henger (7), gyorsítási terület (8), külső gyorsítókar (9), pellet kimenet (10).

repülési csőben. Az anyagvesztés mértéke a pellet sebességétől is függ, a gyorsabb pelletek nagyobb veszteséget szenvednek el.

A Blower-gun pelletbelövőt arra fejlesztették ki, hogy viszonylag lassú (< 300 m/s) és kisméretű pelletek előállítására legyen alkalmas, nagy pelletbelövési gyakoriság (max. 143 Hz) mellett. Itt a pelletet egy rövid gázimpulzussal gyorsítják, de a légpuska-elvvel szemben a pellet jelentősen kisebb átmérőjű, mint a cső, amiben a gyorsítás zajlik. Emiatt a gázimpulzus nem maga előtt tolja, hanem viszkozitásánál fogva magával ragadja, elfújja a pelletet innen a Blower-gun elnevezés.

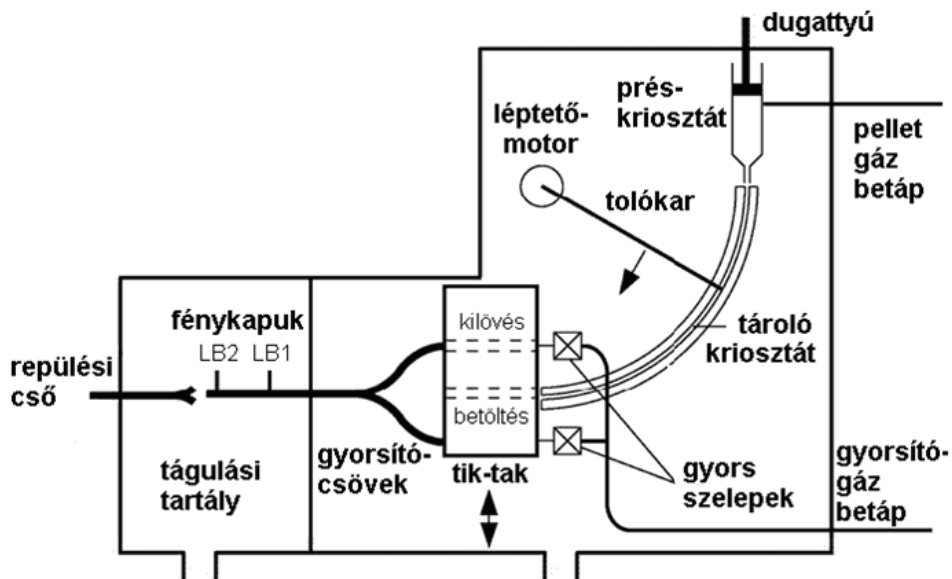
A hidrogén izotóp jég a Blower-gunban hasonlóan készül, mint a centrifugában. Hogy megduplázzuk a pellet belövési frekvenciáját két gyorsító csövet is alkalmaztak (9.4 ábra). A Blower-gunban a tolókar a jégrúd végét a két furattal rendelkező, apró vágóegység egyik furatába tolja. A vágóegységet oldalra elmozdítva egyrészt egy a vágóegység vastagságával megegyező pellet darabot levágnak, másrészt a gyorsító csőbe mozgatnak. Ekkor



9.3. ábra. HFS pellet belövési geometria: a pellet hurok az ASDEX Upgrade tokamakon.

a második furat kerül a tároló kriosztáthoz. Mialatt az első pelletet beáramló hajtógáz a gyorsítócsőbe fújja a második furatot is megtöltjük a jégrúddal. Ezután a vágóegységet visszmozgatva a második pellet a második gyorsító csőbe kerül. Az egyidejű kilövésével és betöltéssel idő spórolható meg, ezáltal a belövő ismétlési frekvenciája a 140 Hz-et is eléri. A két kilövőoldal gyorsítócsövei egy közös repülési csőben egyesülnek. A gyorsítógáz a jelenlegi kísérletekben hélium vagy deutérium.

A gázgyorsításnak két fő hátránya van. Egyrészt a gyorsítógáz a kis térfogatot képviselő repülési csőbe jutva megszünteti a vákuumot, ezzel lerontja a rendszer hőszigetelését, ami a pelletek szublimációjához azaz tömegvesztéshez vezet. Másrészt a gyorsítógáz - a pellettel együtt repülve - nemkívánatos (szennyező) gázbeeresztést a tokamakba. Ennek csökkentésére szolgál a tágulási tartály, amelyben a repülési cső egy rövid távon (kb. 1 cm) megszakad. Ezen a távolságon a pellet szabadon repül, majd a repülési cső túloldalán elhelyezett tölcseren keresztül ismét egy csőben folytatja az útját. A nagy nyomású gyorsítógáz jelentős része azonban szétterjed a tágulási tartályban, ahonnan a vákuumszivattyúk elszívják.



9.4. ábra. HFS pellet belövési geometria: a pellet hurok az ASDEX Upgrade tokamakon.

Érdeemes megemlíteni, hogy léteznek olyan extrúderok is amelyek folyamatosan képesek a hidrogén izotóp jégrudat előállítani. A folytonos extrúderok működési elve nagyon hasonlatos a dugattyús társaikéhoz: ezeknél is egy hengert hűtünk le csak a dugattyús helyett egy csavar fogja a henger falára kifagyott jeget a présfűvőkán kinyomni. Ilyen csavar extrúder kb. 100mm jégrudat tud készíteni 1s alatt.

9.2.2. Szennyező pelletek

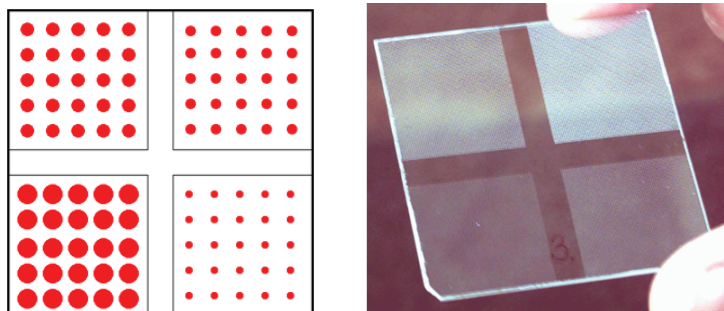
A szoba hőmérsékleten szilárd halmazállapotú pelletek esetében lényegesen egyszerűbb a technika, hiszen nem kell alacsony hőmérsékletre hűteni a berendezéseket, ezért sokkal nagyobb tartományon lehet változtatni a pellet méretét, akár $10\mu\text{m}$ méretű pelleteket is juttathatunk a plazmába.

A milliméter vagy ennél nagyobb méretű pelleteket a kriogén pelletekhez hasonlóan vagy légpuskaszerűen vagy centrifugával gyorsítják a kívánt sebességre. Jellemzően a pelletek belövési frekvenciája alacsony - hiszen a plazmát nem nagyon akarják elszennyezni -, ezért a pelleteket még a kísérletek megkezdése előtt a forgódobos géppuskáknál használatos hasonló tárákban - melyek néhány 10 pelletet tudnak befogadni - helyezik el, és a tár forgatásával juttatnak egy-egy pelletet a gyorsító cső elé.

A Wigner intézetben jelenleg fejlesztenek egy centrifugát használó pellet belövőt. Ebben a pelleteket egy fogaskerék segítségével adagolják a centrifugába. Egy nagy tárolóból a pelletek a gravitáció miatt beleülnek az adagoló fogaskerék fogai közé, amit a kívánt

frekvenciával forgatva a pelleték kipottyannak a centrifuga közepére (lásd a mellékelt videót). A gyorsítás hasonlatos a fent leírtakhoz: pozicionáló henger gondoskodik arról, hogy a gyorsítás után a pelleték mindig ugyanazon a helyen hagyják el a centrifugát. A karban gyorsuló és a kar végen kirepülő 1mm átmérőjű pellet látható a mellékelt videó felvételen, melynek a képsebessége több ezer Hz.. Ennek a centrifugának a gyorsító karja kb. 10cm hosszú és maximum 500Hz-zel forog így az elérhető maximális pellet sebesség kb. 350m/s.

Sok esetben - hogy elkerüljük a plazma globális perturbációját - akár néhány $10\mu\text{m}$ méretű pelleteket kell a plazmába injektálni. Ehhez az előző fejezetben ismertetett lézer blow-off rendszert használhatjuk egy speciális target alkalmazásával (9.5, amelyen már előre létrehozták a kívánt méretű pelleteket. Ez úgy készült, hogy egy üveg/kvarc hordozó lemezre egy kb. $10 - 20\mu\text{m}$ vastag fém (jelen esetben alumínium) réteget párolgatnak. Ebből - hasonlóan az integrált áramkörök gyártásához - egy fényérzékeny maszk és vizes maratás segítségével eltávolítják a nem kellő részeket kialakítva a fém szigeteket/pelleteket. Az ábrán látható esetben négy különböző méretű henger mátrix lett kialakítva, melyeknek a vastagsága $10\mu\text{m}$ sugara 7, 11, 17, $21\mu\text{m}$, a közöttük lévő távolság kb. $100\mu\text{m}$. A targetet az üveg hordozó felől egy intenzív lézerimpulzussal (energiasűrűség a targeten: $10-50\text{J}/\text{cm}^2$) megvilágítva a pelleték a közöttük és az üveghordozó között kialakuló plazma rakétaszerűen felgyorsítja. A lézer Gauss eloszlásszerű fókuszoltjába sok pellet is beleesik, és elhelyezkedésük szerint 200-1000m/s sebességre tesznek szert. A pelleték lézeres gyorsítása látszik a mellékelt animáción. Az is látható, hogy a pellet a plazmába repülve ablálódni kezd, kialakítva maga körül egy a mágneses erővonalak mentén elnyúló ionizált felhőt, melynek a sugárzását gyors kamerákkal detektálhatjuk.



9.5. ábra. Mikropellet target elvi elrendezése (baloldalon) és a target fényképe (jobb oldalon).

9.3. Pellet plazma kölcsönhatás leírása

Hely hiányában csak a plazma üzemanyag utánpótlásában fontos szerepet játszó hidrogén izotóp pelletek és forró, mágnesezett plazma kölcsönhatásával foglalkozunk részletesen. Az abszolút nulla fokhoz közeli hőmérsékletű kriogén pellet kölcsönhatása a magas hőmérsékletű fúziós plazmával széles körben vizsgált folyamat, amelynek összetettségét már a 3-4 nagyságrendet átfogó hőmérséklet tartomány (1 eV - 10 keV) is jól jellemez.

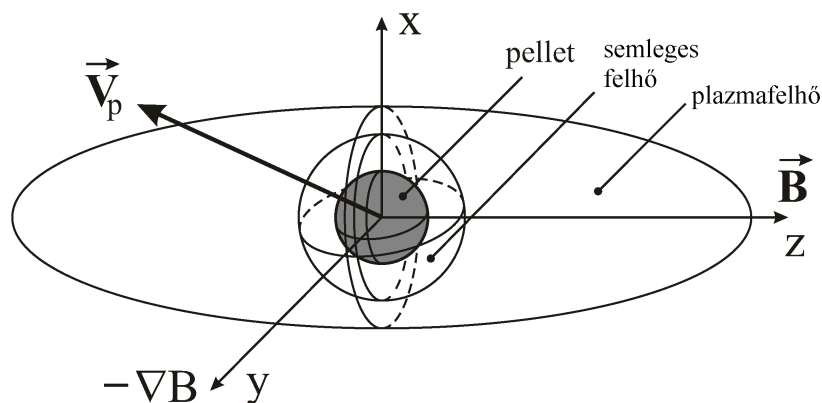
A pellet forró plazmában történő 'párolgását' ablációnak nevezzük, amelynek lényege, hogy a pellet felületéről a plazmarészecskék által lepárolgatott anyag a pellet körül egy sűrű felhőt alkot, ami részben vagy teljesen leárnyékolja a pelletet a bejövő hőfluxus elől, azaz a pellet plazmabeli elablálódása bonyolult atomfizikai és magnetohidrodinamikai folyamat. A folyamat sebessége, az ablációs ráta (időegység alatt lepárolgott részecskék száma), döntően meghatározza a pellet behatolási mélységét, ezért a folyamat helyes leírása egy pellet belövő tervezése esetén kulcsfontosságú.

Jelenlegi tudásunk szerint az alábbi komplex folyamatok játszódnak le a pellet forró plazmabeli ablációja során. A tipikusan 100-1000 m/s sebességű és néhány mm méretű pellet fúziós berendezésbe történő belövése után akkor kezd el jelentősen ablálódni, amikor áthalad a szeparátrixon azaz eléri azt a részt, ahol a plazma már zárt mágneses felületek között helyezkedik el ezért kb. 100eV hőmérsékletű, ami a plazmába haladva a néhány ezer eV-t is eléri. A plazma elektron sűrűsége jellemzően $10^{19} - 10^{20} m^{-3}$. A szeparátrixon való áthaladástól kezdve a pelletet igen nagy hőfluxus éri, amelyet főleg a háttérplazma elektronjai közvetítenek (tekintve, hogy a plazmában az elektronok és az ionok energiája körülbelül azonos, ám az elektronok kisebb tömegük miatt ugyanakkora energián sokkal mozgékonyabbak, mint az ionok). A fúziós kísérletekben használt plazmák mágneses tere néhány Tesla nagyságú, ezért az elektronok a plazmát összetartó mágneses tér erővonalai mentén Larmor-pályán mozognak, melynek sugara 1 keV-es hőmérséklet esetén tipikusan $50 \mu m$, ezért a pelletet érő elektronfluxus a mágneses erővonalak mentén fog érkezni. A pellet anyaga az őt ért hőfluxus miatt erőteljesen szublimálni kezd, amelynek következtében (kb. 100 ns alatt) egy sűrű ($10^{22} - 10^{23} m^{-3}$), semleges, (a környező plazmához képest) hideg (néhány elektronvolt hőmérsékletű) gömbszimmetrikus felhő alakul ki körülötte. A háttérplazma elektronjai nem csak fűtik a semleges felhőt, hanem elektronütközéssel gerjesztéssel gerjesztik is a felhő atomokat, molekulákat. Ez a sűrű felhő - amely a pellettel együtt mozog - szinte teljesen leárnyékolja a pelletet az elektronfluxus elől, elnyelve majdnem az összes bejövő energiát (aminek következtében a háttérplazma is hűlni fog).

A deutériumjég felszínén a molekulák szublimációs energiája nagyon kicsi (molekulánként 0.01eV), azaz ha a felhő nem nyelné el a bejövő energiát, a pellet azonnal elpárologna - ez természetesen a valóságban azt jelenti, hogy a pelletet a bejövő hőfluxus egy kis része eléri, és fenntartja az ablációt. A folyamat önszabályozó, mert nagyobb hőfluxus esetén az abláció is megnő, sűrűbb lesz a pellet körüli felhő, ami jobban árnyékol, azaz negatív visszacsatolás lép fel. Az abláció tulajdonképpen a Leidenfrost-effektus egy speciális

változatának is tekinthető.

A bejövő energia következtében a felhő nemcsak sugároz, hanem gömbszimmetrikusan tágul is egészen addig az r_0 sugárig, amíg az őt alkotó részecskék el nem kezdenek disszociálódni, majd ionizálódni. Az ionizálódott felhő már rendelkezik töltéssel, emiatt a mágneses erővonalak irányában folyik szét és - bizonyos feltételek teljesülése esetén - megáll az adott mágneses erővonalon.



9.6. ábra. A pellet, a körülötte kialakuló gömbszimmetrikus semleges és a mágneses erővonal mentén elnyúlt ionizált felhője.

Ezt a viszonylag egyszerű képet bonyolítja még, hogy az abláció során fellép még az u.n. elektrosztatikus árnyékolás, a mágneses tér inhomogenitása, valamint az ionizálódó részecskék mozgása következtében kialakuló driftek, és különböző felhőinstabilitások.

A kriogén pelletek és forró plazma kölcsönhatásának a leírására számos modell létezik, de a bonyolult kölcsönhatás miatt nem meglepő, hogy olyan modell, ami a kölcsönhatás minden aspektusát jól leírja még nem született. A különböző modellek általában a kölcsönhatás egy-egy aspektusát próbálják meg modellezni. A pellet ablációja, tömegének fogyása határozza meg, hogy a pellet milyen mélyen tud a plazmába hatolni, azaz milyen mélyre tudjuk az üzemanyagot a plazmába bejuttatni. Ezért a legfontosabb dolog, hogy az ablációs rátát jól tudjuk becsülni. Mivel gyanítható volt, hogy a pellet árnyékolásában a legnagyobb szerepet a sűrű, semleges gömbszimmetrikus felhő játssza, ezért ennek modellezésével jól becsülhető az ablációs ráta. Erre született a semleges felhő árnyékolás (Neutral Gas Shielding - NGS) modell.

9.3.1. Az NGS modell

A Neutral Gas Shielding (NGS) modell ([Parks,1978]) a legrégebbi és legalapvetőbb hidrodinamikai ablációs modell. Főbb feltevései a következők:

- a plazma részecskéi közül csak az elektronok szállítanak hőt;
- ezeket az elektronokat monoenergikusaknak tételezzük fel;
- az energia a semleges pelletfelhő keresztmetszete (kör) által éppen érintett mágneses erővonalak alkotta 'csőben' érkezik csak a felhőre ill. a pelletre;
- a pellet körül kialakuló gömbszimmetrikus semleges felhő a bejövő energiát szinte 100%-ban elnyeli.
- a pellet felületéről lepárolgó részecskék semlegesek, tehát a mágneses tér nem hat rájuk;
- a modell gömbszimmetrikus, azaz 1 dimenziós;
- a modell sztatikus hidrodinamikai leírást használ.

A semleges felhőben két meghatározó folyamat játszódik le: a bejövő energia elnyelése révén a felhő felmelegszik, valamint a felmelegedett felhő gömbszimmetrikusan tágul. A modell jellegzetessége, hogy az említett két folyamat hatására a lepárolgott anyag áramlása a pellettől egy bizonyos távolságra szuperszonikussá válik.

A fentiek alapján a pellet körül kialakuló semleges felhő dinamikáját a hidrodinamika alapegyenleteivel (tömeg, impulzus és az energiamegmaradás tétele) valamint az ideális gáz állapotegyenletével írhatjuk le. Gömbszimmetrikus, sztatikus esetben ezek a következő alakot öltik:

$$nvr^2 = \frac{\check{N}}{4\pi} \quad (9.1)$$

$$mnv \frac{dv}{dr} + \frac{dp}{dr} = 0 \quad (9.2)$$

$$\frac{N}{4\pi r^2} \frac{d}{dr} \left(\frac{\gamma KT}{\gamma - 1} + \frac{1}{2}mv^2 \right) = Q \frac{dq}{dr} \quad (9.3)$$

ahol m az felhő részecskék tömege, v az áramlás sebessége, n a sűrűség, p a nyomás, T a hőmérséklet, γ a fajhő arány, \check{N} az ablációs ráta 1/s mértékegységben. Q az energiaveszteség aránya, értéke az egyszerűség kedvéért a konstansnak tekintjük. dq/dr a háttérplazma elektronok által szállított energia felhőbeli fogyását írja le. Látható, hogy amennyiben ismerjük hogy a pellet felhő hogyan nyeli el a háttér plazmából érkező energia fluxust (dq/dr), akkor a zárt egyenletrendszer már megoldható és megkaphatjuk a \check{N} ablációs rátát.

A pellettől távol a pellet által nem perturbált plazma termikusnak tekinthető, tehát a elektronok a Maxwell-Boltzman statisztikát követik és a hőmérsékletük T_{e0} , sűrűségük n_{e0} . Alapfeltevéseink szerint csak az elektronok szállítanak energiát, és energia eloszlásuk

helyett egy ekvivalens monoenergiás (E_0) elektronnyalábot használunk. Tehát a pellet érő q_0 hőfluxus

$$q_0 = (n_{e0} \cdot v_{e0}/4)E_0 \quad (9.4)$$

ahol $v_{e0} = (8kT_{e0}/\pi m_e)^{1/2}$, $E_0 = 2kT_{e0}$, m_e pedig az elektron tömeg, k a Boltzmann állandó. Ez a monoenergiás elektronnyaláb a pellet felhőbe lépve ütközési folyamatok által folyamatosan veszti el az energiáját, megtett út és az energia között a következő összefüggés áll fenn:

$$\frac{dE}{dr} = \frac{\rho(r) \cdot L(E)}{m \cdot \langle \cos \theta \rangle} \quad (9.5)$$

itt a ρ a pellet felhő tömegsűrűsége, $L(E)$ pedig az energiafüggő veszteségi faktor. Mivel az elektronok nem a mágneses erővonalakkal párhuzamosan érkeznek a felhőbe hanem egy szögeloszlást követnek ezt $\langle \cos \theta \rangle$ taggal vesszük figyelembe. Izotrop eloszlást feltételezve ez a tag $\frac{1}{2}$ -nek adódik.

Monoenergiás közelítésben a beeső q elektron energia fluxus a felhő r sugaránál a

$$q(r) = q_0 \frac{E(r)}{E_0} \exp\left[\int_{E(r)}^{E_0} \frac{1}{2} \sigma_T(E') \cdot L(E')^{-1} dE'\right] \quad (9.6)$$

egyenlettel adható meg, ahol $\sigma_T(E)$ az effektív visszaszórási hatáskeresztmetszet, amely tartalmazza a kis szögű szórást is. A elektronok hidrogén atomokon való $\sigma_T(E)$ szórási hatáskeresztmetszetét elméleti modellek és kísérleti eredmények alapján lehet meghatározni.

A fenti megfontolásokat figyelembe véve azt kaphatjuk, hogy

$$\frac{dq}{dr} = \frac{\rho}{m} q \Lambda(E) \quad (9.7)$$

ahol $\Lambda(E) = \sigma_T(E) + 2L(E)/E$ -t egy effektív energia fluxusnak hatáskeresztmetszetnek tekinthetünk.

Az egyenletek megoldásához a megfelelő határfeltételeket is meg kell adni. Természetesen $r \rightarrow \infty$ esetében elvárjuk, hogy az elektronok energiája és a beeső fluxus megegyezzen a háttér plazmabeli értékekkel, illetve a pellet felhő nyomása zérussá válik:

$$r \rightarrow \infty \quad \text{esetn} \quad p \rightarrow 0, \quad q \rightarrow q_0, \quad E \rightarrow E_0 \quad (9.8)$$

Feltételezzük, hogy a hőfluxus teljesen elnyelődik a pellet felhőben, azaz a pellet felületén (r_p) nulla: $q(r_p) = 0$. Konzisztensen a pellet felület hőmérséklete színén nulla, azaz $T(r_p) = 0$.

A fenti egyenletekből és határfeltételekből némi aritmetikával hatványfüggvény alakú ablációs ráta vezethető le:

$$\tilde{N} = 1.12 \cdot 10^{16} n_e^{1/3} T_e^{1.64} r_p^{4/3} M^{-1/3}, \quad (9.9)$$

ahol az elektron hőmérséklet eV-ban, az elektronsűrűség cm^{-3} -ben, a pellet sugara cm-ben értendő. M a pelletet alkotó atomok tömege atomi egységben.

A modell felhasználható a pelletek behatolási mélységének becslésére is, amennyiben ismerjük a plazma hőmérséklet- és sűrűségeloszlását a pellet pályája mentén, valamint a pelletbelövés paramétereit. Az ablációs ráta skálatörvényéből és a pellet pálya mentén lineárisan növekvő elektronsűrűséget ($n_e(r) = n_e(r=0)(1-r/a)$, a a berendezés kissugara) és hőmérsékletet ($T_e(r) = T_e(r=0)(1-r/a)$) feltételezve analitikusan is megoldható problémát kapunk, amiből a behatolási mélység szintén hatványfüggvény alakjában adódik:

$$\lambda = Const. \cdot n_e^{-0.11} T_e^{-0.55} r_p^{0.57} v_p^{0.33} a^{0.66}. \quad (9.10)$$

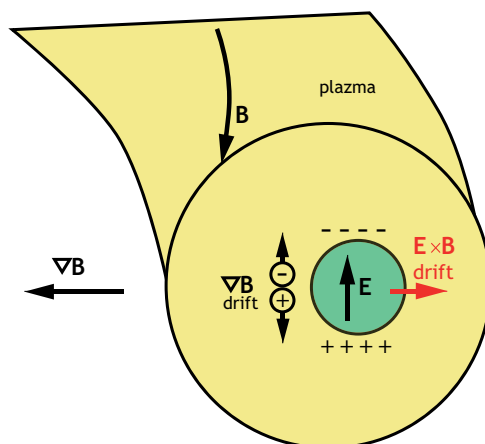
Jóllehet egy tipikus tokamak elektron sűrűség és hőmérséklet pellet pálya menti eloszlása nem lineárisan növekvő, hanem ennél bonyolultabb és sok esetben nem adható meg analitikus alakban - amikor numerikusan kell behatolási mélységet meghatározni -, de a fenti formula sok esetben jó közelítésként használható.

9.3.2. Pellet felhő mozgása és driftje

Pelletbelövés kísérletek során megfigyelték, hogy a pellet körül kialakult felhő, vagy legalábbis annak egy része, elmozdul a pellethez képest a plazmában ([Parks,1996]). Erre láthatunk egy példát az ASDEX Upgrade tokamakban ablálódó deutérium pelletről készült videón. Itt azt látjuk, hogy a pellet és a körülötte kialakuló felhő balról jobbra halad egyre mélyebben a plazmába. Eközben a számos kis felhőcskét bocsát ki magából, amik a pellet haladási sebességénél sokkal gyorsabban eltávolodnak a pellettől majd elenyésznek. Amit a videón látunk az valójában a pellet felhőben levő atomok vonalas (D_α) sugárzása. Amikor egy kibocsátott felhőcske elhagyja a pelletet, akkor nagyon gyorsan felmelegszik, ionizálódik, ezért nem látjuk sokáig a kamera képein. Érdemes megjegyezni, hogy ez egy nagyon gyorsan lejátszódó folyamat: a gyors kamera $1.6\mu s$ -onként készített egy képet.

A felhő mozgását a plazmában több folyamat hatásának eredője határozza meg. Vákuumot és homogén mágneses teret feltételezve a pelletfelhő a pellettel együtt halad: a semleges felhőre semmilyen erő nem hat, ezért sebessége (egyenlő a pelletsebességgel) nem változik. Ha a pellet felhője részben vagy teljesen ionizált, azaz töltött részecskéket is tartalmaz, akkor ezekre hat a Lorentz-erő, ami a kétféle töltésre ellentétes irányú. Ennek következtében a töltések felgyűlnek a pelletfelhő szélein, azaz a felhő polarizálódik, és kialakul benne egy \vec{E} elektromos tér. Ez az elektromos tér a mágneses térrel együtt létrehoz egy $\vec{E} \times \vec{B}$ driftet, aminek az iránya és nagysága megegyezik a pellet repülési irányával és sebességével - azaz a plazmafelhő pellettel együtt halad ebben az esetben is.

A Lorentz erő miatt a felhőben - a polarizációs teret létrehozó - polarizációs áram folyik. Amennyiben a pelletfelhő nem vákuumban, hanem plazmában mozog, a plazmában egy ellenkező irányú áram tud folyni. Ha a plazma vezetőképessége elég nagy ahhoz,



9.7. ábra. A mágneses tér gradiense által okozott polarizáció és a polarizációs elektromos tér okozta pellet felhő drift.

hogy rövidre zárja a felhő polarizációs terét, a tér megszűnik és a felhő töltött részecskéi lelassulnak, lemaradnak a pellethez képest. Ha a plazma vezetőképessége nem elég nagy ehhez, a felhő mozog tovább.

A fenti kép a pellet felhő mozgásáról elég leegyszerűsített, mivel ha a mágneses tér nem homogén - mint például egy tokamakban - akkor további driftek lépnek fel: a $\vec{\nabla B}$ drift és a görbületi drift is polarizálja a plazmafelhőt, ám az így kialakult elektromos tér iránya független a pellet sebességének irányától. A $\vec{\nabla B}$ drift által okozott polarizáció miatti drift mindig a nagysugár irányába (a tokamakból 'kifelé', u.n. LFS drift) gyorsítja a felhőt. Ha csak a toroidális teret vesszük figyelembe, akkor ennek a görbülete szintén LFS irányú driftet okoz.

A pelletfelhő dinamikájára vonatkozó kísérleti megfigyelések elég korlátozottak (a problémát az okozza, hogy a driftelő felhő nagyon gyorsan ionizálódik és eloszlik a plazmában, ezért megfigyelése problematikus), de nagyjából konszenzus alakult ki arról, hogy az LFS irányú drift jellemzően megfigyelhető.

9.4. Üzemanyag pótlás pelletekkel (pellet fuelling)

Kriogén pelletek plazmába lövésének legfontosabb célja a plazma kiegészítés, elszökött anyagának a pótlása ([Lang,1997]). A cél az lenne, hogy ez egy jól tervezhető eszköz legyen a kutatók kezében, viszonylag pontosan tudják megbecsülni, hogy egy adott pellet hol, mennyi részecskét fog lerakni a plazmában, hogyan változtatja meg a plazma sűrűségeloszlását. Mivel a viszonylag széles körben elfogadott NGS modell jól leírja a pellet ablációját, tömegének fogyását, azt gondolnánk, hogy használatával megoldottuk ezt

kérdést. Sajnos ez nem így van, nem elegendő a részecskéket a plazmába juttatni, mivel a pellet által megnövelt plazma részecsketartalom egy τ_p (sustainment time) idő alatt szintén elvész és optimális esetben újra a pellet belövés előtti plazma egyensúly által meghatározott sűrűségeloszlása lesz a plazmának. Mi okozza ezeket a veszteségeket? Három fő okot hozhatunk fel. Egyrészt a pellet a plazmában lokalizáltan rakja le a részecskéket megváltoztatva ezzel a plazma közepe felé monoton növekvő sűrűségeloszlását. A pellet ablációja a plazma elektron hőmérséklet eloszlását is megváltoztatja, hiszen a plazma részecsketartalmához képest is összehasonlítható számú hideg ($10K^\circ$ részecskét rak le a plazmában, jelentősen lehűtve azt. Ezek a perturbációk megváltoztatják a plazma részecske is energia transzport együtthatóit mégpedig általában oly módon, hogy olyan transzport folyamatok indulnak el, amik ezeket a lokális perturbációkat elsimítják, növelve a plazma veszteségeit. Ezen kívül van még két jól ismert folyamat, ami közvetlenül kilökheti a plazmából a pellet anyagát: az egyik a pellet felhő $\vec{\nabla} \vec{B}$ driftje a másik a pellet által keltett ELM. Az előző fejezetben láttuk, hogy a mágneses tér gradiense okozta polarizáció a pellet felhőjét a plazma külseje (LFS) e felé gyorsítja. Ha a pelletet a plazma külseje (LFS) felől injektáljuk a plazmába és behatolása nem elég mély ez a drift akár az egész lerakott anyagmennyiséget eltávolíthatja a plazmából, sőt közben a plazmát is hűti, hiszen a pellet hideg anyaga felmelegedve távozik a plazmából. Megfigyelték, hogy H-mód plazmába egy deutérium izotóp pellet injektálunk akkor - a plazmában természetesen előforduló ELM-ek mellett - egy plusz ELM-t is kelthetünk. A keltett ELM pedig eltávolítja plazma pedesztáljában levő anyag és energia egy jelentős mennyiséget. Látható, hogy ezen folyamatok együttes numerikus szimulációja tudna információkat/magyarázatot szolgáltatni a a plazma pellet üzemanyag utánpótlás effektivitásáról.

Ilyen szimuláció létrehozására vannak már próbálkozások, de egyrészt helyhiány, másrészt a modellek bonyolultsága és viszonylagos sikeressége miatt inkább azzal foglalkozunk, hogy milyen kísérleti stratégiák, megoldások születtek a fenti problémák kiküszöbölésére. Illusztrációként az ASDEX Upgrade tokamakokon végzett kísérletek eredményeit használjuk. Ebben a tokamakban az 1-2mm méretű deutérium pelletek tipikus élettartama ms nagyságrendű; a plazmába a - pellet belövési geometriájától és a plazma és pellet paramétereitől függően - 10-50cm mélyen hatolnak be. A kísérletileg kapott behatolási mélységek az NGS modellel jól szimulálhatóak. Mivel a pellet által okozott sűrűség-növekedés jellemzően 20-50ms alatt cseng le, 30-50Hz-es pellet belövással lehet a plazma sűrűségét folyamatosan növelni, amíg csak el nem érjük a sűrűség limitet. Ezt elkerülhetjük a pellet belövési frekvencia megfelelő megválasztásával.

Már a 90-es években megjósolták, hogy a pellet felhő jellemző LFS irányú driftje miatt a tórusz belső feléből (HFS) belőtt pelletekkel sokkal effektívebben lehet a plazmába anyagot juttatni. A problémát az jelentette, hogy technikailag sokkal körülményesebb a plazma belső fele felőli injektálás. Ennek a demonstrálására épült a 9.2.1 fejezetben már részletesen bemutatott pellet hurok elődje, amely kevésbé szofisztikált módon de a HFS oldalról juttatta a pelletet a plazmába. Ennek segítségével demonstrálták, hogy a pellet

felhő driftje valóban növeli az üzemanyag utánpótlás effektivitását, ha a HFS oldal felől injektáljuk a pelleteket a plazmába. A HFS oldalról belőtt pelletek másik előnye, hogy a pellet felhő driftje okozta aszimmetrikus pellet felhő árnyékolás a pelleteket rakétaelven a plazma belseje felé gyorsítja, miáltal még mélyebben ablálódnak.

Az ELM okozta veszteségeket úgy csökkenthetjük, ha olyan plazma scenáriókat fejlesztünk ki, ahol kis méretű ELM-ek keletkeznek a plazmában. Erre adnak lehetőséget az u.n. mágneses perturbáló tekercek, de a legutóbbi az ASDEX Upgrade tokamakon végzett kísérletek azt mutatták, hogy fém első fallal rendelkező tokamakokban pelletek sűrű belövésével a plazma olyan állapotba kerül, hogy az ELM-ek mérete lecsökken, miáltal a τ_p sustainment idő természetes módon megnövekszik. Ezt a plazma állapotot előidéző fizikai folyamatok még nem ismertek, de a plazma sűrűsége így többszörösére növelhető.

9.5. Pellet ELM pacemaking

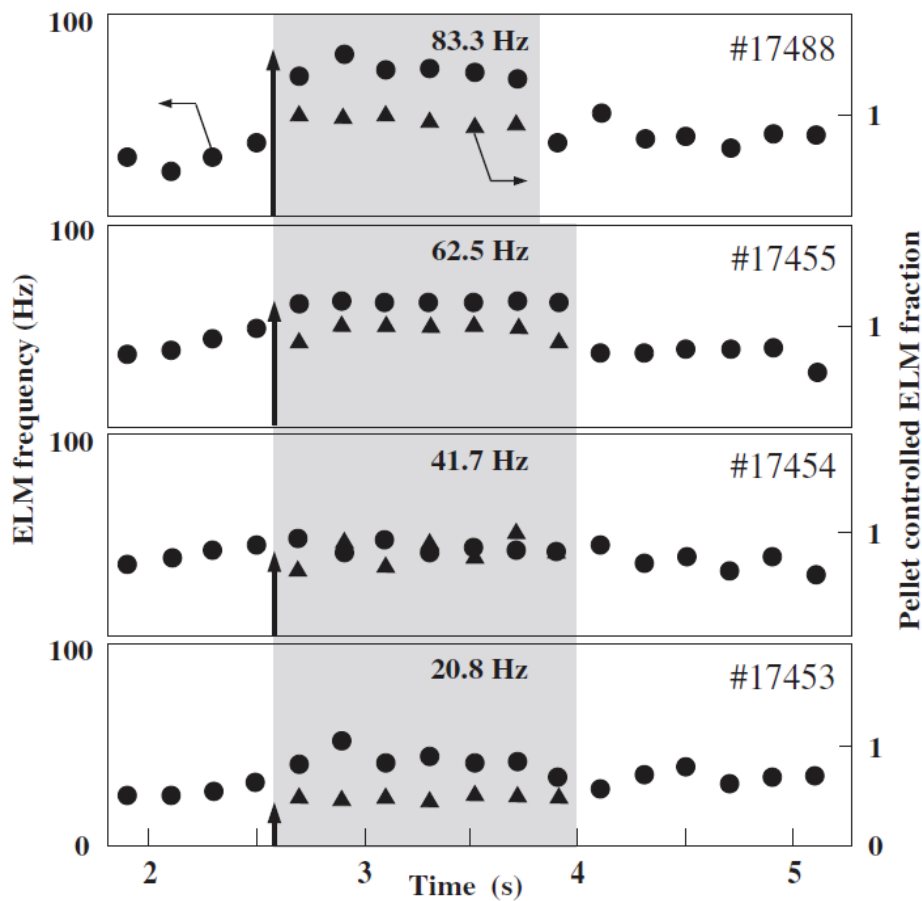
Az 1-es típusú ELMi H-mód az a plazma üzemmód, ami a jelenlegi és a következő generációs tokamak berendezések legígéretesebb üzemmódja. Ebben az üzemmódban természetes módon jelen levő ELM-ek a plazma pedesztálban tárolt energia akár 20%-t kilökhetik az összetartott plazmából a plazma határrétegébe, ahonnan a kilöködött energia az erővonalak mentén leáramlik a divertor lemezekre. Mivel a kilöködött energia a plazma térfogatával - azaz a berendezés lineáris méretének harmadik hatványával -, a divertor lemezek felülete pedig nagyjából a a második hatványával arányos mennyiség, könnyen beláthatjuk, hogy a berendezés méretének a növelésével a divertor lemezeket érő hőfluxus sűrűség növekszik. A mostani kísérleteket felskálázva belátható, hogy egy ITER méretű berendezés esetében a divertor élettartam az ELM-ek okozta hőterhelés következtében nagyon lerövidülne, ha nem tennénk ez ellen valamit. Megfigyelték, hogy az 1-es típusú ELM-ek mérete (az általuk okozott energia veszteség) fordítottan arányos az előfordulási frekvenciájukkal, ezért természetes módon adódik egy megoldás: növeljük meg az ELM-ek gyakoriságát olyan mértékben, hogy a divertor érő hőterhelés elfogadott mértékűre csökkenjen, de úgy hogy közben ne rontsuk el a plazma teljesítményét.

Egy lehetséges megoldás, hogy pelletekkel keltsünk ELM-eket ([Lang,2004]). Mint említettük a mm méretű hidrogén izotóp pelletek mindig keltettek ELM-eket az ASDEX upgrade tokamakban ezért ezt a 'proof of principle' kísérletet az itt végezték el először, és a legfontosabb eredményt a 9.8 ábrán láthatjuk. A kísérlet lényege az volt, hogy a pelletek egymás utáni egyforma kisülésekbe növekvő frekvenciával lötték be. A természetes ELM frekvencia kb. 30Hz volt, a pelleteket kb. 20, 40,60,80Hz-zel lötték a plazmába. Az ábrából leolvasható, hogy amikor a pellet frekvencia meghaladja a természetes ELM frekvenciát, akkor onnantól a már csak triggerelt ELM-eket találhatunk, azaz a pelletek 100%-ban átveszik a kontrollt az ELM-ek felett. Ezt nevezzük pellet ELM pacemakingnek. Sajnos technikailag a 80Hz volt az alkalmazható legmagasabb pellet belövési

frekvencia, így nem tudhatjuk, hogy meddig tudtuk volna növelni az ELM-ek frekvenciáját. Ezt a kísérletet az ITER-ben lehet majd elvégezni, ahol várhatóan könnyen tudunk alacsony természetes ELM frekvenciájú (akár néhány Hz) plazma scenáriókat kifejleszteni.

Úgy tűnik ez a technika működik, ezért megindultak a kutatások, hogy kiderítsük, miért és hogyan triggerel egy pellet ELM-t. Az úttörő kutatások először ismét az ASDEX Upgrade tokamakon kezdődtek, ahol repülési idő kísérletben meghatározták, hogy a pelletek a H-mód pedesztál közepén tartózkodnak, amikor az ELM-t keltik [Kocsis,2007]. A JET tokamakon végzett kísérletek azt is kimutatták, hogy a triggerelt ELM-ek esetében az első ELM filamentumok a pellet felhőjéből indulnak ki. Ezt illusztrálja a mellékelt videó, amit az előző fejezetben részletezett JET videó diagnosztikával készíttek. Ezen az látszik, hogy nem sokkal a pellet ablációjának a megkezdése után megjelennek a - poloidális limiterekkel kölcsönható - ELM filamentumok, vagyis az ELM-t keltő perturbáció nagy valószínűséggel a pellet körül kialakuló sűrű felhő.

Végezetül érdemes megemlíteni, hogy a manapság egyre inkább elterjedő fém első fallal rendelkező tokamakok esetében a pellet ELM triggerelés nem olyan egyértelműen jól működő technika, mint a szén/grafit faltéglákkal rendelkező berendezések esetén. Ugyanis azt tapasztalták - ami szén falburkolat esetben szinte elképzelhetetlen volt - hogy nem minden pellet kelt ELM-et, a plazma sokkal ellenállóbb a pellet keltette perturbációkra.



9.8. ábra. Pellet ELM pacemaking demonstrálása. Az ábrákon az 1-es típusú ELM-ek frekvenciája (teli karikák, bal függőleges y tengely), és a pelletek által keltett ELM-ek aránya (háromszögek, jobb függőleges tengely). A beárnyékolt részben történt a pellet belövés. Itt négy plazma kisülés látható, ahol a pellet injektálás frekvenciáját lövésenként növeltük (alulról felfelé: 20.8Hz, 41.7Hz, 62.5Hz, 83.3Hz volt a pellet belövés frekvenciája).

10. fejezet

Szepesi Tamás: Valós idejű diagnosztikák

10.1. A fejezetről

Ebben a fejezetben valós idejű rendszerekről, diagnosztikákról lesz szó, azonban felhívjuk a kedves Olvasó figyelmét, hogy a fejezetnek nem célja a valós idejű rendszerek és operációs rendszerek részletekbe menő, informatikai tárgyalása. Az alább következő szövegrész célja ellenben, hogy bemutassa a valós idejű rendszerek alapjait, és bizonyos érdekes és fontos problémákon keresztül érzékeltesse az Olvasóval az ilyen rendszerek működését.

10.2. Létjogosultság

A kontrollált magfúziós kísérletek során számos olyan helyzet adódik, amikor a valós idejű (real-time, röviden RT) rendszerek használata indokolt, kényelmes, vagy akár feltétlenül szükséges is lehet. A kutatások célja egyértelműen a fúziós erőmű megvalósítása, e célhoz közelítve azonban folyamatosan egyre nagyobb kihívásokkal kerülünk szembe: például, a kezdetben ms élettartamú plazmákat órákig akarjuk fenntartani, a plazma hőmérsékletét több 10 keV-ra akarjuk növelni, a forró plazmából több 1000 m^3 -nyit akarunk összetartani. Ezek a célok azonban a kezdetben veszélytelen plazmakisülésekből hatalmas energiamennyiséget tároló rendszereket hoznak létre. Míg egy kis tokamakban a plazma függőleges stabilizációjának hiánya nem okozhatott különösebb problémát (eltekintve a plazma összeomlásától), addig ugyanez egy nagy berendezésben igen komoly károkat lenne képes előidézni: pl. az első fal és egyes diagnosztikák megsérülhetnek vagy tönkre is mehetnek, miközben a legkülönbözőbb szennyező anyagok párolognának el, és vonnák be a vákuumkamra különböző részeit vékony szennyezőréteggel. A plazma összeomlása során könnyen keletkezhetnek elfutó elektronok is (egy diszrupció közben a tokamak nagyon hasonlít egy ciklotronra), amelyek nagyenergiás elektronnyalábbá áll-

nak össze, és a mágneses tér gyengülésekor a berendezés falába csapódnak, ahol jelentős pusztításra képesek.

A fő területek tehát, ahol valós idejű rendszerekre van szükség, az üzemeltetés és a biztonság. A fúziós berendezés épségének megóvása létfontosságú, hiszen egy-egy meghibásodás akár több hetes vagy hónapos leállást is jelenthet. A mai fúziós kísérletek közül számos berendezés rendelkezik valamilyen valós idejű szabályzórendszerrel, amelyek főként a plazma alakját és pozícióját befolyásolják.

10.3. A valós idejű rendszer

”Valós idejű rendszer” alatt általában igen gyors vagy nagy teljesítményű eszközöket értünk, amelyek valamilyen bonyolult feladat elvégzésére képesek. Téves az az elképzelés, hogy pl. egy korszerű, több száz vagy akár ezer processzoros szuperszámítógép biztosan valós idejű rendszer; sőt, a legtöbb esetben az ilyen gépeken futó alkalmazások, szimulációk egyáltalán nem valós idejűek, könnyen elképzelhető olyan bonyolult szimuláció, ahol néhány másodpercnyi eseményt napokig számol a gép. Ezzel szemben az autókban használatos ABS-rendszerek ténylegesen valós idejűek, ugyanakkor egyáltalán nem igényelnek nagy számítási kapacitást.

Mi határozza meg akkor, hogy egy rendszer valós idejű? Ennek szükséges és elégséges feltétele a véges és ismert válaszidő. A válaszidőnek nem kell feltétlenül kicsinek lennie, értéke alkalmazásfüggő, és igen széles tartományban mozoghat. Például egy csillagkövető távcső pozícióját valós időben kell módosítani, ám a mozgatórendszernek nem kell ms nagyságrendű válaszidővel rendelkeznie, elegendő, ha tizedmásodperc (vagy akár másodperc) hosszúságú. Extrém példaként megemlíthetnénk a marsjárók földi bázisról történő irányítását, azonban ezek többnyire nem automatikus, hanem kézzel vezérelt rendszerek. Ugyanakkor a fúziós kísérletekben a plazmaszabályozásnál sokkal gyorsabb válaszidőre van szükség, a másodperc ezred vagy akár milliomod részére.

A ”valós idejű” elnevezés egyébként történelmi eredetű, ugyanis a korai számítógépes szimulációk során arra törekedtek a programozók, hogy a szimuláció valós időben fusson, azaz a szimuláció sebessége kövesse a valós esemény folyamatát. Ezekben az esetekben azonban az is problémát jelentett, ha a válasz túl gyors volt, és ezt nem vették figyelembe. Ez a probléma a digitális számítógépek megjelenésével együtt jelentkezett, hiszen elődeik, az analóg számítógépek nagyon gyorsak voltak.

A fenti definíció értelmében tekintsünk egy valós idejű rendszer által adott eredmény helyességét! Egy hagyományos (azaz nem RT) rendszer válasza helyes vagy helytelen, azonban egy RT rendszer által adott válasz esetében a helyzet bonyolultabb: a válasz ugyanis érkezik az előre megadott válaszidőn belül és azon túl is. Alapesetben egy RT rendszerben egy művelet akkor helyes, ha logikailag helyes (az eredmény jó) és a válaszidőn belül érkezik. Attól függően, hogy ezt a meghatározást mennyire vesszük szigorúan, a valós idejű rendszereket három csoportba oszthatjuk.

Hard RT (vagy immediate RT) rendszerek esetében a válaszidőn túl befejeződő műveletek nem megengedhetők, az ilyen hibák akár az egész rendszer működését is veszélyeztethetik. Hard RT rendszert olyan helyeken használnak, ahol a késlekedés komoly károkat okozhat, vagy akár emberéletet is veszélyeztethet. Példák hard RT rendszerre: ABS, motorvezérlés, pacemaker. Érdekesség, hogy a korai videójátékok is hard RT rendszerek voltak, az egyik legismertebb ilyen az Atari 2600-as és a híres Space Invaders játék.



10.1. ábra. A korai videójátékok hard RT rendszeren futottak.

A fenti kritériumokon kicsit lazítva az ún. firm RT rendszereket kapjuk. Ezekben a válaszidőn túl befejeződő műveletek megengedettek, bár haszontalanok vagy értelmetlenek. Az ilyen rendszerek esetében a késlekedés például minőségromlást eredményez. Példa firm RT rendszerre: videójátékozás - itt az elkésett művelet 1-1 képkocka kihagyását jelentheti.

A valós idejű rendszerek másik csoportja a soft RT rendszerek, amelyek esetében a válaszidőn túl befejeződő műveletek is értelmesek, elfogadottak, de hasznosságuk a késés mértékével folyamatosan csökken. Soft RT rendszereket akkor használnak, amikor az erőforrásokhoz konkurens hozzáférés engedélyezett, ugyanakkor minden rendszert naprakészen is kell tartani. Példák soft RT rendszerekre (zárójelben a válaszidőn túl befejeződő művelet által okozott következmény): élő hang/videó kapcsolat (minőségromlás, zaj, akadozó hang/kép), járatinformáció kijelzése pályaudvarokon, reptereken (az információ késedelmes megjelenése).

10.4. Valós idejű operációs rendszerek

Az RT rendszerek alapjai napjainkban számítógépen futó valós idejű operációs rendszerek (real-time operating system, RTOS). Az RTOS kulcseleme, hogy az alkalmazások feladatait (task) előre definiált, ismert időn belül fogadja és elvégzi. A feladatok elvégzésének ideje ugyan szórhat valamelyest (jitter), de hard RT rendszereknél a kis szórás követelmény. A fentieknek megfelelően RTOS-ek esetében is megkülönböztetünk hard

és soft rendszert: soft RTOS-eknél a folyamatoknak többnyire van határidejük, míg egy hard RTOS esetében minden folyamat determinisztikus határidővel hajtódik végre.

Az operációs rendszerek (OS), ezeken belül pedig különösképpen az RTOS-ek egyik kulcsfontosságú tulajdonsága a feladat-elosztás. Az egyes feladatok háromféle állapotban lehetnek: futó folyamat az, amit a processzor éppen végrehajt; a feladat készenlétben van, ha végrehajtásra vár; a folyamat blokkolt, ha adat ki- vagy bevitelre vár. Mivel a legtöbb processzor egy folyamatot képes csak futtatni, ezért a rendszerben lévő folyamatok döntő többsége blokkolt vagy készenlétben van. Azt, hogy melyik folyamat futhat egy processzoron, az operációs rendszer a folyamatokhoz rendelt prioritások alapján határozza meg. A készenléti listán a prioritások szerint állnak sorba az egyes folyamatok. Új folyamat megjelenésekor a jelenleg futó folyamatot egy interrupt megszakítja, az OS besorolja az új folyamatot a listába, majd visszatér a megszakított folyamathoz. Az ehhez szükséges idő az ún. "flyback time", és egy jól felépített RTOS-nek ezt erősen korlátozott számú művelettel kell végrehajtania. Az új folyamat beiktatása max. 5-20 paranccsal, a megszakított folyamat folytatása pedig max. 5-30 paranccsal kell hogy elérhető legyen. Amennyiben több feladatot kívánunk "egyszerre" futtatni (multitasking) - ami manapság teljesen természetes -, az operációs rendszernek változtatnia kell a folyamatokat a processzoron, hogy minden folyamat haladhasson. Alapvetően kétféle design létezik a folyamatok változtatására.

Az eseményvezérelt design esetében az OS csak akkor vált át másik feladatra, ha megjelenik a feladatlistán egy magasabb prioritású folyamat. Ez az ún. preemptive priority, vagy prioritás-elosztás. A módszer előnye, hogy a folyamatokat csak magasabb rendű folyamatok szakíthatják meg. Hátránya, hogy az alacsony prioritású folyamatok hosszú ideig szenvedhetnek erőforrás-hiányban (starvation). Az időben megosztott design ezzel ellentétben nem csak eseményekre, hanem hagyományos órajeles interruptokra is vált a feladatok között. Gyakori változata ennek az elosztási rendszernek az ún. "round robin" (körhinta), ahol a folyamatok azonos méretű időablakokat kapnak, minden folyamat sorra kerül, majd a kör kezdődik előről (tehát a folyamatok azonos prioritásúak). A design előnye, hogy egy folyamat sem marad erőforrás nélkül (starvation-free design), és a gyakori váltás miatt a multitasking nagyon finom, azt az illúziót kelti, hogy az összes erőforrás a folyamaté/felhasználóé. Ugyanakkor hátrány, hogy az OS lényegesen többször vált a folyamatok között, ami a teljes rendszer lassulásához vezet. A hardvergyártók azonban optimalizáltak erre a problémára, és míg egy régebbi processzoron a feladatváltás akár 20 ms időt is igényelt, a korszerűbb processzoroknak már kevesebb mint 3 ms-ra van szükségük ugyanehhez.

A folyamatokat azonban nem csak rangsorolni kell, hanem meg kell osztani közöttük a számítógép összes erőforrását is, hiszen ha több folyamat használná egyszerre ugyanazt az erőforrást, az megjósolhatatlan eredménnyel járna. Példaként gondoljunk arra, hogy mi történne, ha az egyik folyamat olyan memóriaterületet olvasna ki, amit egy másik folyamat már (részben) felülírt. Szükséges tehát annak biztosítása, hogy az egyes folyamatok egymástól elkülönülve működhessenek. Ezt nevezik forrásmegosztásnak.

A forrásmegosztás egyik nagyon egyszerű, ám sok bonyodalmat is előidézni képes módja az interruptok tiltása. Ha egy folyamat futása közben letiltjuk az interruptokat, akkor processzor (és minden más erőforrás is) a futó folyamaté marad, mert a rendszer nem képes közbelépni semmilyen módon. Ez azonban igen veszélyes is lehet, ha például a futó folyamat nagyon hosszú, esetleg valami hiba folytán végtelen ciklusba kerül - ekkor a multitasking megszűnik, szélsőséges esetben a rendszer lefagy. Ezek miatt a potenciális veszélyek miatt a hagyományos operációs rendszerek felhasználói szintű folyamatok számára nem engedélyezik az interrupt-tiltást. Az RTOS-ek esetében azonban van lehetőség kernel módban is folyamatokat futtatni, ezáltal a folyamat sokkal hatékonyabb rendszerhívásokra is képes, kevesebb közreműködést igényel az operációs rendszertől. Főleg az egy CPU-val rendelkező rendszerek esetében érdekes, hogy az ilyen folyamatok számára engedélyezett az interruptok tiltása, azaz egyetlen folyamat használja a teljes CPU-t, így gyorsan végre tud hajtódni. Azonban a programoknak csak egy kis, ún. kritikus része futhat ebben a védett módban: ennek feltétele, hogy a kritikus rész futási ideje rövidebb legyen, mint a leghosszabb interrupt késleltetési idő az OS-ben. Ez a gyakorlatban azt jelenti, hogy a kritikus rész néhány utasításra korlátozódik, és ciklusok nem engedélyezettek. Ha az RT alkalmazásban sikerül ilyen rövid feladatokat definiálni, akkor az interrupt tiltás egy elérhető opció, és általa biztosítani lehet, hogy a feladatot ismert időn belül elvégzi a rendszer.

Mielőtt folytatnánk, és belemennénk a részletekbe, tekintsük át azt a néhány alapvető dolgot, amelyeket a folyamatokról feltételezünk. Általánosságban elmondható, hogy "megbízunk" a folyamatokban, azaz feltételezzük, hogy az alábbiakat nem teszik:

- Erőforrást igényelnek, de azt később nem szabadítják fel.
- Olyan erőforrást szabadítanak fel, amit korábban nem igényeltek.
- Egy erőforrást sokáig birtokolnak, de nem használják.
- Olyan erőforrást használnak, amit nem igényeltek.

Ezek után nézzük meg, mit lehet tenni, ha a kritikus szakasz hosszabb, mint az említett néhány parancs. Ekkor a valós idejű algoritmusoknak is hasonlóan kell működniük, mint a többi programnak, és a védettség biztosítása ún. bináris szemaforral lehetséges, ami nem más, mint egy védett változó. Az OS pedig ezeken a védett változókon keresztül vezérli az erőforrásokhoz való hozzáférést. Ha a szemafor bináris, értéke 1-et vagy 0-át vehet föl. Ha egy folyamat megkap egy erőforrást, annak szemaforját nullába állítja, és az összes többi folyamatnak várnia kell, ha ugyanezt az erőforrást akarja használni, mindaddig, amíg a szemafor ismét 1-re nem áll. A szisztéma jól érzékeltethető a könyvtár-analógiával: az erőforrások egyszemélyes olvasótermek, és tegyük fel, hogy van tíz egyforma olvasóterem. Olvasótermet a könyvtárostól (operációs rendszer) lehet igényelni, tetszőleges időre, viszont előre foglalás nincs! Emiatt mindig csak a szabad

termek száma számít, az egyes konkrét termék foglaltsága nem. Amennyiben nincs szabad terem, az olvasók sorban állnak, vagy (bizonyos esetekben) versenghetnek is (pl. prioritás alapján). Általánosságban elmondható, hogy az egyes folyamatok csak bizonyos időkorláton belül várnak egy szemaforra. Ez a rendszer azonban számos probléma forrása lehet. Gyakori az ún. prioritás-megfordulás, amikor egy magas prioritású folyamatnak várnia kell, mert egy alacsony prioritású folyamatnak van szemaforja. Ennek egy lehetséges megoldása az ún. prioritás-öröklés, azaz a szemaforos folyamat prioritását egyenlővé tesszük a legmagasabb prioritású várakozó folyamatéval. Egy másik gyakori probléma, ami akkor jelentkezhet, ha a folyamatoknak több erőforrásra is szükségük van, az ún. deadlock, vagy holtpon. Ekkor két vagy több folyamat rendelkezik 1-1 szemaforral, időkorlát nélkül, és közben egymás szemaforjaira várnak (analógia: két embernek műszaki rajtot kell készítenie, de csak egy vonalzó és egy ceruza van, a vonalzó az egyiknél, a ceruza a másikonál). Ez a patthelyzet gyakorlatilag a végtelenségig tart, és képes teljesen megbénítani a rendszert. Kialakulásának négy feltétele van, ezek az ún. Coffman-feltételek:

- Kölcsönös kizárás: adott erőforrást csak egy folyamat használhat.
- "Fogd és kérj" szisztéma, azaz erőforrást birtokló folyamatok igényelhetnek új erőforrásokat.
- Nincs előjogosultság (preemption), azaz nem lehet erőforrást elvenni folyamatától.
- Körkörös várakozás: két vagy több folyamat (körkörös láncban) vár egymásra.

Egy kialakult holtponot nagyon nehéz feloldani, ezért általában leginkább a megelőzésére koncentrálnak. Érdekes, hogy bizonyos rendszerek az strucc-algoritmust használják, azaz nem vesznek tudomást a probléma létezéséről. Esetünkben ez azt jelenti, hogy az operációs rendszer feltételezi, hogy egy holtpon kialakulásának az esélye igen csekély, ezáltal a holtpontok miatti adatvesztés valószínűsége olyan kicsi, amit vállalni lehet. Ezt a módszert kezdetben például a UNIX rendszerek is használták. Azonban ha ehelyett ténylegesen meg kívánjuk előzni (vagy feloldani a kialakult) holtponot, ez a fenti feltételek valamelyikének kizárásával történhet, azonban bármelyik szabályt is próbáljuk kiiktatni, az mindig okozhat valamilyen másik problémát:

- Kölcsönös kizárás tiltása. A legfőbb probléma itt, hogy processzorok esetén nem alkalmazható. Ugyanakkor bufferelhető (spooling) erőforrásokra kiváló, ilyen például az adatolvasás.
- A "fogd és kérj" kiiktatása. Ekkor a folyamatoknak az összes új erőforrást egyszerre kell igényelniük. Ez a gyakorlatban legtöbbször lehetetlen, és emiatt az erőforrások kihasználtsága nagyon alacsony lesz. Egy másik módszer, az ún. all-or-none szisztéma szerint a folyamatoknak minden erőforrásukat fel kell szabadítaniuk, mielőtt

újakat igényelnek. Azonban ez is hasonló problémákat okoz, ezért alkalmazása nem praktikus.

- Előjogosultságok használata, azaz a folyamatoktól el lehet venni az erőforrásokat. Ez nagyon problémás, már-már szinte etikai kérdés, hiszen az operációs rendszernek feladata, célja, hogy minden folyamat számára, legalább bizonyos ideig, biztosítania kell az erőforrásokat. Mindezekon túl, az előjogosultságok használata könnyen eredménytelenséghez (trashing) vezethet, azaz a rendszeridő az erőforrások elérésére fordítódik, és nem a használatukra.
- A körkörös várakozás kialakulásának megakadályozása. E cél elérhető például az erőforrások u.n. részleges rendezésével (partial ordering), amikor is az erőforrásokat sorrendbe állítjuk, és a folyamatok csak olyan további erőforrásokat vehetnek föl, amelyek sorszámja nagyobb, mint amiket jelenleg birtokolnak; továbbá a legkisebb sorszámút kell először felvenni, majd a legnagyobb sorszámút elsőként letenni. Sajnos ez a módszer sem tökéletes, itt is sok idő fordítódik az erőforrások adogatására: például, ha egy folyamat használja az 5-ös és 3-as erőforrásokat, de szüksége lenne a 2-esre is, akkor először le kell tennie 5,3-at, felvenni a 2-est, majd újra kérni a másik kettőt.

A fenti problémák fényében érthető, hogy további módszerek is vannak a holtponthoz kialakulásának megakadályozására. Az alapötlet az, hogy az operációs rendszer ismerheti (bekérheti a folyamatától), hogy a folyamat milyen erőforrásokat fog használni, igényelni futása során. Amikor egy folyamat futni kíván, az operációs rendszer a beszolgáltatott igényei alapján értékeli, hogy a folyamat futása milyen eséllyel vezethet holtponthoz (azaz, hogy a rendszer következő állapota veszélyes-e), és az eredmény függvényében dönt a folyamat engedélyezéséről. Ahhoz, hogy a rendszer meg tudja állapítani, hogy a következő állapot biztonságos lesz-e, a következőket kell ismernie, előre, bármely időpillanatban:

- a jelenleg elérhető erőforrások,
- minden, az egyes folyamatok által allokkált erőforrások,
- a folyamatok által *a jövőben* igényelni és felszabadítani kívánt erőforrások.

Egy ilyen algoritmust ezek után úgy használunk, hogy ha egy folyamat bejelenti, hogy egy erőforrásra igényt tart, akkor úgy teszünk mintha odaadnánk neki az igényelt erőforrást, és az így létrejött állapotról eldöntjük, hogy biztonságos-e. Ha igen, akkor valóban odaadjuk a processznek a megfelelő erőforrást, ha nem, akkor nem adjuk oda neki az erőforrást, hanem várakoztatjuk egy darabig (amíg esetleg változik a helyzet). Ez az ún. bankár-algoritmus. Azonban mivel egy valódi, életszagú folyamat a legritkább esetben

tudja előre megmondani, milyen erőforrásokat fog igényelni, egy valódi rendszerben a legritkább esetben használható a bankár algoritmus.

Egy másik módszer a szimmetria-törés, azaz a körkörös várakozás valamilyen módon történő feloldása. Erre két általánosan használt algoritmus a Wait/Die (vár/töröl) és a Wound/Wait (sért/töröl). Mindkét algoritmus megkülönbözteti a folyamatok "korát" (azaz hogy melyik folyamatot indították el először), és ennek alapján dönt a folyamatok sorsáról. Az alábbi táblázatban látható, hogy a két algoritmus milyen módon töri meg a várakozás szimmetriáját annak alapján, hogy a korábban indított, idősebb folyamat ("O") vagy a fiatalabb folyamat ("Y") kéri-e az új erőforrást.

method	Wait/Die	Wound/Wait
O kér új erőforrást Y-tól	O vár	Y törlődik
Y kér új erőforrást O-tól	Y törlődik	Y vár

10.1. táblázat. Két, általánosan használt szimmetriatörési módszer a holtpontok kialakulásának megelőzésére.

Szintén érdemes megjegyezni, hogy a holtpontok feloldása sem mindig problémamentes, és a helytelen feloldás könnyen eredményezhet ún. livelock-ot. A livelock során a folyamatok nem állnak, hanem folyamatosan dolgoznak, változnak, mégsem haladnak előre. Egy valós életbeli példája a livelock-nak az utcán szembetalálkozó két udvarias ember esete: szerencsétlen esetben mindkét fél ugyanabba az irányba tér ki, majd ezt észlelve megpróbálnak a másik irányba kitérni, szintén egyszerre... az eredmény könnyen az a komikus eset, amikor a két ember jobbra-balra "táncol", és egyikük sem tud tovább haladni. Livelock akkor alakulhat ki, ha a folyamatok képesek észlelni, hogy holtpontba kerültek, és megpróbálják azt feloldani (pl. újraindítják magukat). Azonban ha több folyamat is hasonló lépéseket tesz, akkor könnyen kialakulhat ugyanaz a holtpont, és a holtpont-észlelő algoritmus újra és újra beindul. Ezt úgy lehet elkerülni, hogy biztosítjuk, hogy csak egy folyamat tesz lépéseket a holtpont feloldására - ezt a folyamatot akár véletlenszerűen vagy pl. prioritás alapján választhatjuk ki.

A forráselosztás egy másik módja az üzenetküldés (message passing), amikor is a folyamatok egy szervezett üzenetküldési- rendszer által tudnak egymással kommunikálni. Ebben a szisztémában egy erőforrást közvetlenül csak egy folyamat birtokolhat, és ha egy másik folyamatnak van rá szüksége, üzenetet küld az erőforrást birtoklónak. Bár ennek a szisztémának az RT viselkedése nem annyira határozott, mint a bináris szemaforos szisztémáé, az egyszerűbb üzenős rendszerek sokkal kevésbé vannak kitéve holtpont-veszélynek, és általánosságban véve jobban is viselkednek. Azonban hasonló problémák itt is előfordulhatnak, pl. prioritás megfordulás előállhat, ha egy folyamat éppen egy alacsony prioritású üzenetet dolgoz fel, miközben egy magasabb prioritású üzenet várakozik; protokolláris holtpont alakulhat ki, ha két folyamat egymás válaszüzeneteire vár.

10.5. Példa valós idejű rendszerre: EDICAM speciális gyorskamera

A fúziós plazmafizikai kísérletekben számos valós idejű rendszer használnak, leginkább a plazmaszabályozási és berendezés- biztonsági feladatkörben. Az alább bemutatott rendszer ezzel ellentétben egy innovatív, jelenleg még fejlesztés alatt álló eszköz, ami a hagyományos gyorskamerák továbbgondolásából és -fejlesztéséből keletkezett. Az EDICAM (Event Detection Intelligent CAMera) egy több szempontból is egyedülálló gyorskamera, amelyet a budapesti Wigner Fizikai Kutatóközpontban fejlesztenek, kifejezetten a Wendelstein 7-X (W7-X) sztellarátor számára. Mielőtt azonban rátérnénk ennek a rendszernek a tulajdonságaira, nézzük meg, milyen egy hagyományos gyorskamerás mérőrendszer!

A gyorskamerák - nevükhöz híven - gyors képalkotásra képesek, a piacon manapság (2013) elérhetők akár 1 millió kép/mp (fps) sebességű eszközök is. A mai gyorskamerákról már általánosságban is elmondható, hogy a szenzoron belül kiválasztható egy kisebb terület (Region of Interest, ROI), amit használva nagyobb fps-t érhetünk el, és a ROI helyét többi-kevésbé szabadon meg is választhatjuk. Egy egyszerűbb gyorskamerás mérőrendszer az alábbiak szerint működik: a kamera be van állítva egy fix nézetre, amin belül a mérés céljának megfelelő ROI van kiválasztva (optimalizálva a térbeli felbontást és a sebességet). A megfigyelni kívánt jelenség megtörténte előtt a kamera triggert kap, és egy olyan hosszúságú képsorozatot készít, amelybe a jelenség beleesik. Ezek után a mérést végző személy az így keletkezett adathalmazból kikeresi a jelenséget, és elemzi. A módszer igen robosztus, ugyanakkor az adatfeldolgozásnál nagy árat is fizethetünk ezért: tegyük fel, hogy 100.000 fps-sel mérünk, és a megfigyelni kívánt jelenség 1 ms (100 képkocka) hosszú, és egymás után többször megismétlődik, 10 ms-onként (pl. 6000-es fordulatszámú pörgő belső égésű motor hengerében az üzemanyag elégetése). Ekkor 0,5 mp (50.000 képkocka) alatt ötvenszer történik robbanás, ami 50-szer 100 képkockát jelent. Tehát Ekkor 50.000 képkocka között kell megtalálni a számunka érdekes 5000-et... nem is beszélve arról, hogy 10-szer annyi tárhelyet foglalunk el, mint amennyit kellene. A helyzet még extrémebb, ha pl. nem tudjuk biztosan a jelenség bekövetkezésének idejét a triggerhez képest, és ezért lényegesen hosszabb videót készítünk. Könnyen előfordulhat, hogy közel 500-szor annyi tárhelyet foglalunk el, és aztán tűt keresünk az adatkazalban! A gyorskamera-gyártók számos módszerrel próbálkoznak a fenti problémák megoldására, például:

- Több trigger fogadása: a belső égésű motor esetét véve elmondhatjuk, hogy pontosan tudható, mikor következnek be a számunkra érdekes események. Ekkor a kamerát úgy állítjuk be, hogy csak rövid képsorozatokat csináljon (pl. 150 képet), de fogadhat egymás után több triggert is. Ekkor minden üzemanyag-elégetés előtt triggert adunk a kamerának, így az csak a számunka érdekes részeket rögzíti.

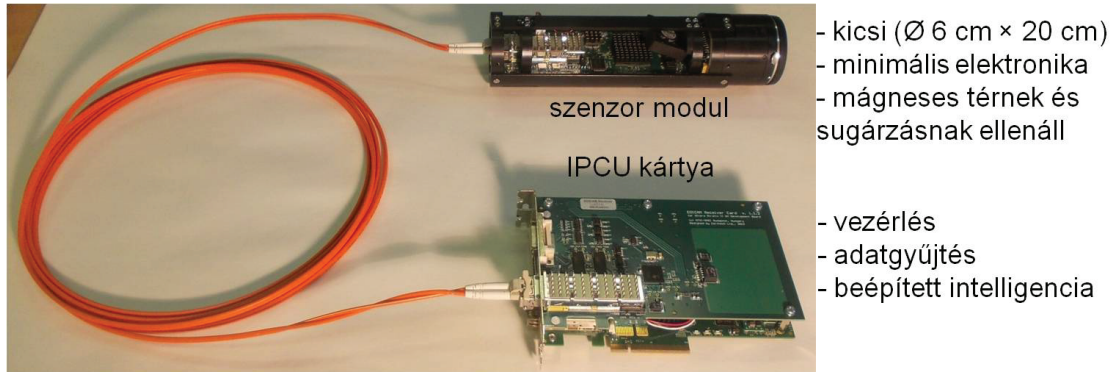
- Post/middle trigger: Ebben az üzemmódban a kamera folyamatosan tárolja a képeket a memóriájában; amikor egy trigger befut, a kamera rögzíti a memóriában a trigger előtti (post) vagy a trigger előtti és utáni (middle), előre megadott számú képkockát. Ezek után a fennmaradó memóriaterületet tovább használva vár a további triggerekre.

A különböző triggerelési sémák felhasználásával már bonyolultabb mérési rendszereket is ki lehet építeni, ezekhez azonban számos külső eszközt is fel kell használni. Pl. post trigger esetén szükség van egy detektorra, amivel a kívánt jelenséget érzékeljük, és triggeret adunk a kamerának.

Az EDICAM rendszer újítása abban áll, hogy egyesíti a triggereket szolgáltató rendszert a gyorskamerával, azaz a kamera által készített képeket valós időben feldolgozza, és a képi információ alapján képes előre definiált utasításokat automatikusan végrehajtani. Az EDICAM további eltérő fizikai tulajdonságokkal is rendelkezik egy hagyományos gyorskamerához képest, amelyek kifejezetten előnyösek pl. fúziós berendezéseknél való használatkor. Az alábbiakban elsőként tekintsük át ezeket a tulajdonságokat!

Az EDICAM - fizikai tulajdonságait tekintve - legfőbb erénye, hogy két modulból épül fel, szemben a hagyományos gyorskamerákkal, amelyeknél egy hardvertestbe építenek be minden alkatrészt. Az EDICAM két részből áll, ezek a szenzor modul és az ún. IPCU (Image Processing and Control Unit) kártya, a két modul között pedig optikai kábeles kapcsolat van. A szenzor modul csupán a szenzor működtetéséhez elengedhetetlen elektronikát tartalmazza, valamint az analóg-digitál átalakítókat (ADC) és egy 10 Gbit/s sávszélességű optikai transzmittert. Ennek köszönhetően a szenzor modul (a hagyományos gyorskamerához képest) igen kis méretű, mindössze 6 cm átmérőjű és mintegy 20 cm hosszú. Ez a fizikai adottság lehetővé teszi, hogy az EDICAM-ot a fúziós kísérletekben használatos vákuumkamrák megfigyelőportjaiba telepítsük, ezáltal a plazma közvetlen közelében végezhesünk méréseket. Más gyorskamerák esetén a kamerák méreténél fogva lehetetlen, ezekben az esetekben a kamerát távolabb kell elhelyezni, és az optika által leképezett képet rendezett fényszál (ún. image guide) segítségével továbbítjuk a kamerához. Az image guide-ok használata több szempontból is előnytelen: drága, jelentős a fényvesztés (ami ráadásul sugárzás hatására változik, és a spektrum torzulását is eredményezi), valamint kb. 0,5 Mpixelre korlátozza a maximális képfelbontást. Az EDICAM rendszer másik része, az IPCU kártya, egy FPGA alapú vezérlőmodul, ami a tényleges kameravezérlést valósítja meg, beleértve az intelligens viselkedést is. A rendszer úgy van kialakítva, hogy sem a szenzor modul, sem az IPCU nem tartalmaz a képek tárolására memóriaegységeket, hanem a vezérlő PC memóriáját használja, ezáltal minimálisra csökkenti az adatok megsérülésének veszélyét (hiszen a vezérlő PC-t könnyű sugárzástól védett helyen elhelyezni). Az IPCU kártya azonban az EDICAM hátránya is: szemben a hagyományos gyorskamerákkal, amelyek többnyire valamilyen könnyen elérhető portját használják a vezérlő számítógépnek, pl. USB, Ethernet vagy Firewire, az EDICAM-nak szüksége van a számítógépbe beszerelt IPCU kártyára. Ezekután nézzük

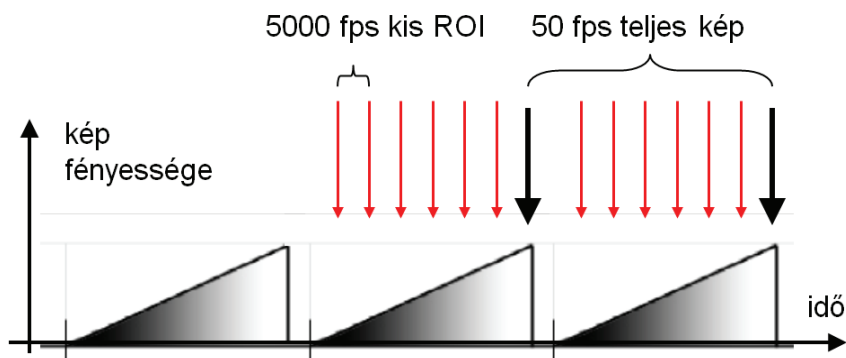
meg, milyen (intelligens) funkciókkal rendelkezik az EDICAM!



10.2. ábra. Az EDICAM hardver felépítése.

Az EDICAM nagyon hasznos tulajdonsága a szabadon megválasztható ROI. A ROI méretét x-irányban 32 pixeles lépésekben, y-irányban pedig 1 pixeles lépésben állíthatjuk be, pozícióját szintén mindkét irányban, ugyanilyen lépésekben választhatjuk meg. Mindezekén túl az sem feltétel, hogy a megadott ROI téglalap alakú legyen, a fenti feltételek betartásával bármilyen, alakú, összefüggő terület kijelölhető! Ez a piacon elérhető kamerák között egyedülálló. A különleges CMOS szenzor rendelkezik egy ún. nem-destruktív kiolvasási móddal, azaz úgy lehet a szenzorból kiolvasni a képadatot, hogy közben szenzor nem törlődik. Ez a funkció rendkívül előnyös, hiszen a kamera ezáltal olyan üzemelésre is képes, amit korábban csak két külön kamerával lehetett megvalósítani: képzeljük el, hogy az EDICAM-ot, mint egy szokványos videó kamerát használjuk, 50 fps-sel kiolvassuk a teljes (1280x1024) képet. Miközben a kamera egy ilyen mozit készít, képenként 20 ms ideig exponál (fényt gyűjt). Ezalatt a 20 ms alatt azonban lehetőségünk van arra, hogy a kép egy kis részét többször is gyorsan kiolvassuk, akár 100-szor is - ha erre a nem-destruktív kiolvasási módot használjuk, akkor nem leszünk hatással teljes nagy képre. Így ezzel a kamerával egyszerre készítenk egy 50 fps-sel futó, nagy felbontású áttekintő mozit, és egy 5000 fps-sel futó, kis ROI-t, amivel gyors folyamatokat vizsgálhatunk. Ezt a működést az alábbi ábra szemlélteti.

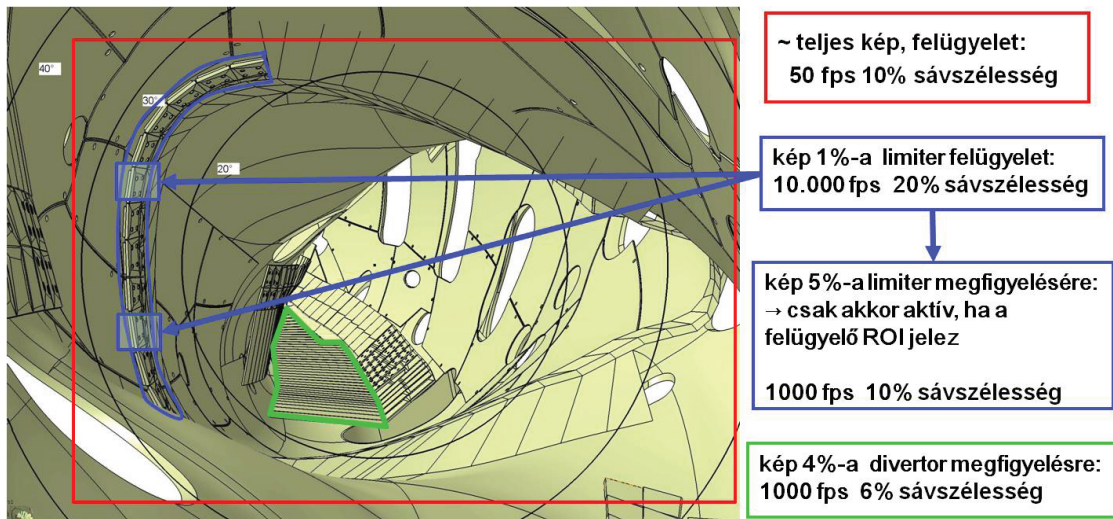
Az EDICAM mindezek mellett előre beprogramozott módon képes intelligensen reagálni az általa készített képadatokra, az alábbiak szerint. Minden ROI-hoz rendelhető egy másik képterület (sub-ROI vagy al-ROI), aminek mérete eltérhet az eredeti ROI méretétől (lehet kisebb vagy nagyobb is), alakjának viszont téglalapnak kell lennie. A felhasználó különféle eseményeket definiálhat, amelyek a sub-ROI-hoz köthetők, és az IPCU-ba érkezve a rendszer automatikusan eldönti, hogy az adott esemény bekövetkezett-e. Ilyen esemény lehet például ha a kép összintenzitása meghalad egy határértéket (azaz a képen megjelenik egy fényes folt). Az eseményekhez a felhasználó utasításokat is definiálhat, amelyeket a kamera szintén automatikusan hajt végre. Ilyen utasítások lehetnek:



10.3. ábra. Az EDICAM expozíciós működési elve. Példaként két ROI kiolvasásai nyilakkal vannak megjelenítve. Fekete nyilak: lassú, nagy ROI; piros nyilak: gyors, kis ROI.

- A kamera működésének megváltoztatása: új ROI aktiválása, egy működő ROI leállítása.
- Jelzés (TTL) küldése külső eszközöknek, ami akár vészjelzés beindítására is alkalmas. A kamera négy független trigger kimenettel rendelkezik.

A fentiek ismeretében nézzünk egy konkrét, megvalósítható példát az EDICAM működésére, amely egy reális W7-X mérést mutat be (ld. alábbi ábra)! A pirossal jelzett rész majdnem a teljes szenzort lefedi, és lassú, 50 fps sebességű felügyeleti képet ad, élő emberi megfigyelés céljából; a kék téglalapok a limiter kis részeit figyelik nagy sebességgel - kölcsönhatás (nagy fényerő) észlelésekor automatikusan aktiválják az egész limitert megfigyelő ROI-t (késsel jelölt terület); a zölddel jelölt terület a divertort figyeli meg - a ROI alakja szorosan követi a divertor alakját, ezáltal kis sáv szélesség-igény mellett viszonylag gyors mérést tesz lehetővé.



10.4. ábra. Példa az EDICAM használatára a W7-X sztellarátor egyik megfigyelőportjában. A keretes részekben az egyes ROI-k hozzávetőleges mérete, sebessége látható, valamint hogy mekkora részét foglalják el a kamera sávzélességének.

11. fejezet

Kálvin Sándor: Bayes–adatfeldolgozás alkalmazása a plazmafizikában

11.1. Bevezetés

Az adatfeldolgozás fontos szerepet játszik a kísérleti plazmafizikában. A mérési adatok kiértékelésével vonunk le következtetést a plazma fizikai paramétereiről és az elméleti modellek igaz vagy hamis voltáról. A hagyományos statisztikus módszerek mellett egyre több helyen alkalmazzák a Bayes valószínűségelméleten alapuló adatfeldolgozást. A mérési adatok ilyen módon való kiértékelésének előnye, hogy egyszerű, átgondolt és elméletileg megalapozott választ ad az adatfeldolgozásban felmerülő problémákra. Figyelembe vehetőek a kiértékeléssel kapcsolatos előzetes ismereteink, amelyek nagymértékben javítják a feldolgozás pontosságát. Lehetőséget teremt az úgynevezett érdektelen paraméterek kezelésére, mely a klasszikus statisztikus kiértékelésben nem lehetséges, valamint a modellválasztás (klasszikus elnevezése- hipotézisteszt) problémájának logikailag hibátlan megoldására.

A jegyzetben a Bayes elmélet néhány fontos alkalmazása nem kapott helyet, úgymint a modellválasztás, a numerikus módszerek ismertetése, a kísérletek tervezése [Dreier,2006] és az integrált adatfeldolgozás (IDA–Integrated Data Analysis [Dinklage]). Ezekről a módszerekről, valamint a jegyzetben található témákról magyarázatok és részletes levezetések a [Silva,2006] és a [Gregory,2005] irodalmakban találhatóak.

11.2. A deduktív és az induktív következtetés – a mérés célja a tudományokban

A fizikában a kísérleti adatokból olyan elméleti modelleket alkotunk, amelyekkel további kísérletek ellenőrizhető eredményeit jósolhatjuk meg. Ezen kísérletek eredményeinek feldolgozásával meghatározható az elmélet igaz vagy hamis volta, illetve az elméletben használt fizikai paraméterek értéke meghatározható.

A deduktív következtetés az, amellyel egy elmélet kísérletileg ellenőrizhető jóslatait alkotjuk meg. Ezek a jóslatok az elmélet és a mérési eljárás ismeretében meghatározhatóak, azaz deduktív következtetésen értjük azt, mikor az okból az általa létrehozott okozatokat határozzuk meg. A deduktív következtetés mindig egyértelmű választ ad a felmerülő kérdésekre.

Mivel tudásunk mindig hiányos és a mérések pontatlanok, az elmélet kísérleti tesztje nem szolgáltat egyértelmű választ annak igaz vagy hamis voltát illetően, így a mért okozatokat más és más hatások is létrehozhatják. A statisztikus vagy valószínűségi következtetés az a folyamat, amivel hiányos információinkból következtetünk egy elmélet igaz vagy hamis voltára, vagy meghatározzuk a fizikai paraméterek lehetséges értékeit. Ezt a folyamatot nevezzük induktív következtetésnek, azaz mikor a mért okozatból következtetünk annak lehetséges okaira. Természetesen a lehetséges elméletekről, vagy egy elmélet fizikai paramétereiről csak valószínűségi kijelentéseket tehetünk.

Az adatfeldolgozása során induktív következtetést kell használnunk, mivel mérési adatokból vonunk le következtetéseket a lehetséges fizikai modellekről illetve a modellek paramétereiről.

11.3. A valószínűség definíciója a Bayes elméletben

A klasszikus valószínűségelméletben egy esemény valószínűségét az esemény bekövetkezésének relatív gyakoriságával definiáljuk. Valószínűséget csak valószínűségi változókra értelmezhetünk, és definíciókon alapuló deduktív következtetéseket használunk. Ez korlátozza alkalmazási lehetőségeit, az induktív következtetés csak közvetett módon lehetséges.

A Bayes elméletben a valószínűség azt fejezi ki, hogy mennyire hiszünk egy esemény igaz voltában az eseménnyel kapcsolatos információk birtokában, így valószínűséget bármely eseményhez vagy elmülethez hozzárendelhetünk. A klasszikus valószínűség a természet objektív tulajdonságát méri, míg a Bayes elméletben logikai következtetés; a természetről rendelkezésünkre álló információinkat/tudásunkat/tudatlanságunkat fejezi ki. Mivel a Bayes elméletben a valószínűség tudásunk mértéke, így mindig feltételes, függ a rendelkezésünkre álló információktól.

11.4. A Konzisztens következtetés algebrája – a Cox axiómák

Azokat a szabályokat, amelyek szükségesek a konzisztens induktív következtetés matematikai leírásához Richard Cox fejlesztette ki.

A matematikai kezelhetőséghez egy valós számot rendelünk minden állításhoz úgy, hogy minél nagyobb ez a szám, annál inkább hiszünk az állítás igaz voltában. A továbbiakban ezt a valós számot $p(A|I)$ -val jelöljük, ami egy A állítás Bayes értelemben vett valószínűsége, valamint $p(A|I) = 0$, ha az A esemény hamis és $p(A|I) = 1$, ha igaz. I a rendelkezésre álló releváns információkat jelöli. Mindent, ami a '|' jel jobb oldalán áll, igaznak tekintjük.

A logikailag következetes elmélethez két követelménynek kell teljesülnie. Az első, ha meghatározzuk, hogy mennyire hiszünk egy esemény igaz voltában, közvetve megadjuk azt is, hogy mennyire hiszünk abban, hogy az esemény hamis. A második követelmény a következő: ha megadjuk, hogy mennyire hiszünk a B esemény igaz voltában, és megadjuk, hogy mennyire hiszünk abban, hogy az A esemény igaz, feltételezve, hogy a B igaz, akkor közvetve megadjuk azt is, hogy mennyire hiszünk abban, hogy az (A, B) esemény igaz. (A vessző a logikai 'és' kapcsolat jele.) Logikailag elvárható, hogy a levonható következtetésnek függetlennek kell lennie attól, hogy milyen úton jutunk el hozzá. Ezen követelmények felhasználásával azt kapta, hogy az esemény hihetőségéhez rendelt szám a valószínűségelmélet szokásos szabályait követi, így a Bayes elméletben a 'hihetőség' joggal nevezhető valószínűségnek.

11.5. A Bayes valószínűségi kalkulus

A műveletek melyeket a Bayes valószínűségi elméletben használunk az összeg és a szorzatszabály, melyeket a Cox axiómákból lehet levezetni. Ha \bar{A} jelöli, hogy az A esemény hamis, az összegszabály a következő:

$$p(A|I) + p(\bar{A}|I) = 1. \quad (11.1)$$

A szorzatszabály a következő alakban írható fel:

$$p(A, B|I) = p(A|B, I)p(B|I) = p(B|A, I)p(A|I). \quad (11.2)$$

Ez a két szabály a Bayes valószínűségelmélet alapegyenlete.

A Bayes-tétel a szorzatszabályból kapható a 11.2. egyenlet átrendezésével:

$$p(A|B, I) = \frac{p(B|A, I)p(A|I)}{p(B|I)}. \quad (11.3)$$

A Bayes-tétel minden adatfeldolgozási folyamat kiinduló egyenlete.

Tekintsünk egy A igaz eseményt, amit fel lehet bontani teljes, egymást kölcsönösen kizáró $\{A_i\}$ eseményrendszerre, azaz az A_i események közül, ha az egyik igaz akkor a többi hamis, de legalább az egyik igaz. Ekkor

$$\sum_i p(A_i|I) = p(A|I) = 1. \quad (11.4)$$

$p(A_i|I)$ az $\{A_i\}$ eseményrendszer valószínűségi eloszlása. A 11.4. kifejezés a valószínűségi eloszlás normalitását fejezi ki.

Ha az A eseményrendszer folytonos (általában egy modell paramétere), akkor annak az állításnak a valószínűsége, hogy A az $[a_1, a_2]$ intervallumba esik $\int_{a_1}^{a_2} p(A|I)dA$, ahol az A eseményrendszer $p(A|I)$ valószínűségi sűrűségfüggvényét a

$$p(A = a|I) = \lim_{\delta a \rightarrow 0} \frac{a \leq A < a + \delta a}{\delta a} \quad (11.5)$$

módon definiáljuk. A továbbiakban függetlenül attól, hogy diszkrét vagy folytonos esetet tekintünk, $p()$ -vel jelöljük mind a valószínűséget, mind a valószínűségi sűrűségfüggvényt. Folytonos esetben az összegzést a megfelelő változóra való integrálással kell helyettesíteni.

Ha a A és a B esemény független azaz, ha

$$p(B|A, I) = p(B|I) \quad \text{és} \quad p(A|B, I) = p(A|I) \quad \text{akkor} \quad p(A, B, |I) = p(A|I)p(B|I). \quad (11.6)$$

Az összeg és a szorzatszabály alkalmazásával belátható, hogy

$$p(B|I) = \sum_i p(B, A_i|I), \quad \text{folytonos esetben} \quad p(B|I) = \int p(B, A|I)dA. \quad (11.7)$$

Ezt az egyenletet marginalizációnak nevezzük. A $p(B, A|I)$ együttes valószínűségi eloszlásból meghatározható a B esemény eloszlása, figyelembe véve az A esemény bizonytalanságát. Ez a szabály fontos a Bayes elmélet alkalmazásában, mert lehetőséget teremt olyan paraméterek (A) kezelésére, amelyek szükséges egy probléma megfogalmazásában, de számunkra érdektelenek (nuisance paraméterek). Ez a hibaterjedés Bayes elméletben való általánosítása.

A Bayes-tételt egy teljes, egymást kölcsönösen kizáró $\{A_i\}$ eseményrendszerre alkalmazva annak valószínűségi eloszlását határozhatjuk meg:

$$p(A_i|B, I) = \frac{p(B|A_i, I)p(A_i|I)}{\sum_i p(B|A_i, I)p(A_i|I)}. \quad (11.8)$$

A nevezőt a $\sum_i p(A_i|B, I) = 1$ normalizációs feltételből kapjuk.

11.6. Bayes elmélet: a megismerés leírása

A Bayes-tétel adatkiértékelésben betöltött szerepe világossá válik, ha a mérések feldolgozásában előforduló eseményekre alkalmazzuk. írja le a D esemény a mérési adatokat, míg a H esemény legyen egy fizikai elmélet, vagy egy igaznak feltételezett modell paramétere. Alkalmazzuk a Bayes-tételt a D és H eseményekre:

$$p(H|D, I) = \frac{p(D|H, I)p(H|I)}{p(D|I)}. \quad (11.9)$$

A Bayes-tételben szereplő kifejezéseknek az elnevezése és értelmezése a következő: a $p(H|I)$ a prior valószínűség, leírja ismereteinket az elmélet igaz voltáról vagy a paraméter értékéről az adatkiértékelés előtt. A $p(D|H, I)$ a likelihood valószínűség, mely megadja a mérési adatok valószínűségét, ha az elmélet igaz, vagy ha egy modell paramétere egy adott érték. Ez módosítja a prior-t és adja meg a $p(H|D, I)$ poszterior valószínűségét, tudásunkat az elméletről vagy a paraméter értékéről a mért adatok figyelembevételével. Ebben az értelemben a Bayes elmélet a megismerés leírása. Meghatározza, hogy tudásunk egy elméletről vagy egy paraméter értékéről hogyan módosul a mérési adatok ismeretében. A nevezőben álló kifejezés $p(D|I)$ a teljes valószínűség (Evidence, Prior Predictive Value), és a modellválasztásban kap lényeges szerepet.

11.7. Paraméterbecslés

Az adatkiértékelésben előforduló egyik feladat mikor a mért adatokból egy adott elmélet egy vagy több paraméterének értékéről akarunk következtetést levonni. A modell paraméterei általában folytonos változók. A Bayes-paraméterbecslés nem egy adott értéket szolgáltat a paraméter értékéről, hanem annak valószínűségi eloszlását. Fontos megemlíteni, hogy a modell paramétere konkrét érték, a paraméter valószínűségi eloszlása jellemzi ismereteink hiányos voltát. Jelölje \mathbf{D} az adatokat, \mathbf{A} és \mathbf{B} a modell (általában folytonos) paramétervektorait. A modell paramétereit két csoportra osztottuk: \mathbf{A} azok a paraméterek, amelyek számunkra érdekesek, ezen paraméterek értékéről akarunk információt szerezni, míg \mathbf{B} az úgynevezett érdektelen paraméterek (nuisance paraméterek) amelyek szükségesek a fizikai modell leírásához, de különben értéke számunkra érdektelen. Ebben az esetben a Bayes-tétel a következőképpen írható:

$$p(\mathbf{A}, \mathbf{B}|\mathbf{D}, I) = \frac{p(\mathbf{D}|\mathbf{A}, \mathbf{B}, I)p(\mathbf{A}, \mathbf{B}|I)}{\iint p(\mathbf{D}|\mathbf{A}, \mathbf{B}, I)p(\mathbf{A}, \mathbf{B}|I)d\mathbf{A}d\mathbf{B}} \propto p(\mathbf{D}|\mathbf{A}, \mathbf{B}, I)p(\mathbf{A}, \mathbf{B}|I) \quad (11.10)$$

mivel a nevezőben álló kifejezés a paraméterektől független normálási állandó. A $p(\mathbf{D}|\mathbf{A}, \mathbf{B}, I)$ likelihood adja meg a mért adatok valószínűségi eloszlását a paraméterek adott értékei esetén. $p(\mathbf{A}, \mathbf{B}|I)$ a paraméterek prior valószínűségi eloszlása. A számunkra érdekes \mathbf{A}

paraméterek poszterior eloszlását marginalizációval kaphatjuk meg:

$$p(\mathbf{A}|\mathbf{D}, I) = \int p(\mathbf{A}, \mathbf{B}|\mathbf{D}, I)d\mathbf{B}. \quad (11.11)$$

A **11.10.** és a **11.11.** egyenletek a Bayes–paraméterbecslést teljesen meghatározzák. Azonban ezeknek az egyszerűnek tűnő egyenleteknek a kiszámítása sokszor nem triviális, különösen többdimenziós esetben, mikor az integrálások (a marginalizációk elvégzése) nagy mennyiségű numerikus számolást igényelnek.

Jelentős egyszerűsítések lehetségesek, ha a változók függetlenek, a valószínűségek normális eloszlásúak, vagy a fizikai modell lineáris.

A paraméterbecslésénél mind a likelihood, mind a prior szerepet játszik. A likelihood a fizikai modell és a mérési eljárás ismeretében meghatározható. A prior írja le ismereteinket a paraméterekről a mérési adatok feldolgozása előtt. Ennek meghatározásánál felhasználhatjuk előző kísérletek eredményeit: a paraméterek poszterior eloszlását, vagy általános megfontolásokkal élhetünk. Ezeket a módszereket a **11.9.** fejezetben tárgyaljuk.

11.7.1. A legjobb becslés és a hibahatárok meghatározása

Egy paraméter poszterior eloszlása következtetésünket a paraméter értékéről teljesen meghatározza. Legyen az α paraméter poszterior eloszlása $p(\alpha|\{d_k\}, I)$, ahol $\{d_k\}$ jelöli a mért adatokat. A poszterior eloszlás maximumát a paraméter legvalószínűbb értékénél veszi föl, a legjobb becslés a paraméter ezen értéke. A poszterior eloszlás ezen érték körüli szélessége megadja a becslés megbízhatóságát. Ezen értékek a poszterior eloszlás lokális tulajdonságát jellemzik. Az eloszlásfüggvény globális tulajdonságait az eloszlás átlagértékével, momentumaival valamint a konfidencia intervallummal lehet megadni.

Közelítsük a poszterior eloszlást a legjobb becslés környezetében Gauss eloszlással:

$$p(\alpha|\{d_k\}, I) \propto \exp \left[-\frac{(\alpha - \alpha_0)^2}{2\sigma^2} \right], \quad (11.12)$$

ahol α_0 az eloszlás maximuma, mely a legjobb becslés, σ paramétere, ami az eloszlás szélességével arányos, a becslés megbízhatóságát jellemzi, így ezen két értékkel jellemezhetjük a poszterior eloszlásfüggvényt.

Fejtsük Taylor sorba a poszterior eloszlás $L(\alpha) = \ln [p(\alpha|\{d_k\}, I)]$ logaritmusát az α_0 pont környezetében:

$$L(\alpha) = L(\alpha_0) + \frac{dL(\alpha_0)}{d\alpha}(\alpha - \alpha_0) + \frac{1}{2} \frac{d^2L(\alpha_0)}{d\alpha^2}(\alpha - \alpha_0)^2 + \dots \quad (11.13)$$

Mivel L monoton függvénye p -nek, így L maximuma p -nek is maximuma, azaz a legjobb becslést a következő feltétel adja:

$$\frac{dL(\alpha_0)}{d\alpha} = 0. \quad (11.14)$$

A magasabb rendű tagokat elhanyagolva és a 11.14. feltételt kihasználva, majd az egyenlet exponenciálisát véve kapjuk, hogy

$$p(\alpha|\{d_k\}, I) \propto \exp \left[\frac{1}{2} \frac{d^2 L(\alpha_0)}{d\alpha^2} (\alpha - \alpha_0)^2 \right]. \quad (11.15)$$

Ezt összehasonlítva a 11.12. egyenlettel kapjuk, hogy

$$\sigma = \left[-\frac{d^2 L(\alpha_0)}{d\alpha^2} \right]^{-1/2}. \quad (11.16)$$

Következtetésünket az α paraméterről tömören a következőképpen foglalhatjuk össze:

$$\alpha = \alpha_0 \pm \sigma. \quad (11.17)$$

Itt α_0 a paraméter legjobb becslése, σ pedig a becslés megbízhatóságát jellemzi, amit szokás a paraméter hibájának nevezni. A becslés hatékonyságának e módon való jellemzése akkor reális, ha a poszterior Gauss eloszlással közelíthető. Egyszerű problémák, és/vagy több mérési adat esetén ez sokszor jó közelítéssel teljesül.

11.7.2. Klasszikus paraméterbecslés

Az előzőekben megmutattuk, hogy a Bayes-paraméterbecslés hogyan határozza meg egy igaznak feltételezett modell paramétereinek valószínűségi eloszlását, a poszterior eloszlást. Ebben a fejezetben a két legismertebb klasszikus paraméterbecslésnek, a maximum likelihood és a legkisebb négyzetek módszerének, a Bayes-paraméterbecsléssel való kapcsolatát tekintjük át. A klasszikus paraméterbecslés esetében nem vehetünk figyelembe előzetes információkat a paraméterek értékeiről, így a 11.10. kifejezésben egyenletes (nem informatív) prior eloszlást kell használni (Az egyenletes prior eloszlás fejezi ki teljes tudatlanságunkat a paraméterről), azaz:

$$p(\mathbf{A}|\mathbf{D}, I) \propto p(\mathbf{D}|\mathbf{A}, I), \quad (11.18)$$

a poszterior a likelihood-dal arányos. Az érdektelen paramétereket nem különböztetjük meg, mert klasszikus esetben nincs lehetőség ezen paraméterek kezelésére (marginalizációra). A

$$\mathcal{L}(\mathbf{A}) = p(\mathbf{D}|\mathbf{A}, I) \quad (11.19)$$

likelihood függvény maximalizálásával kaphatjuk az \mathbf{A} paraméterek legjobb becslését. A likelihood függvény használata helyett maximalizálhatjuk annak logaritmusát, ami sok esetben egyszerűsíti a számolásokat. Ez a maximum likelihood paraméterbecslés.

Tekintsük azt az esetet mikor a zaj nélküli adatokat a $D = f(x, \mathbf{A})$ függvénnyel lehet jellemezni, és az $\{x_i\}$ mintavételi helyeken a mérési adatok $\mathbf{D} = \{d_i\}$. Minden

adat leírható a $p_i(d_i|\mathbf{A}, I)$ eloszlással. Ha a mérések függetlenek, akkor a likelihood a következő:

$$\mathcal{L}(\mathbf{A}) = p(\mathbf{D}|\mathbf{A}, I) = \prod_{i=1} p_i(d_i|\mathbf{A}, I). \quad (11.20)$$

Az adatfeldolgozásban gyakran előforduló eset, mikor a mérések bizonytalansága Gauss eloszlással írható le:

$$p_i(d_i|\mathbf{A}, I) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}} \exp \left[-\frac{(d_i - f(x_i, \mathbf{A}))^2}{2\sigma_i^2} \right], \quad (11.21)$$

ahol σ_i az i . mérés 'hibája'. Ebben az esetben a likelihood függvény logaritmus a következő:

$$\ln [\mathcal{L}(\mathbf{A})] \propto -\frac{1}{2}\chi^2 = -\frac{1}{2} \sum_{i=1} \left[\frac{d_i - f(x_i, \mathbf{A})}{\sigma_i} \right]^2. \quad (11.22)$$

A log-likelihood függvénynek ott van maximuma ahol χ^2 -nek minimuma, így a paraméterek legjobb becslését a χ^2 minimalizációjából határozhatjuk meg. Ebben az esetben χ^2 minimalizálásról vagy legkisebb négyzetek módszeréről beszélünk.

A fenti esetek rámutatnak arra, hogy mind a maximum likelihood mind a legkisebb négyzetek módszere a Bayes-paraméterbecslés speciális esete. Mindkét esetben egyenletes prior feltételezéssel éltünk. A legkisebb négyzetek módszerénél a mérési adatok függetlenségét és a mérések zajának Gauss eloszlását is fel kellett használnunk. Ha ezen klasszikus paraméterbecslések nem használhatóak, akkor a probléma pontosabb megfogalmazása szükséges, és a Bayes-paraméterbecslés alkalmazása szolgáltatja a megoldást.

11.8. Átlagolás Gauss zaj esetén

A fentebb ismerttetett általános elvek szemléltetésére tekintsük azt a problémát, amikor a mérések bizonytalanságát normális eloszlással jellemezhetjük. A normális eloszlást gyakran használjuk a mérési adatok zajának jellemzésére (Lásd a 11.9. fejezetet).

11.8.1. Mérések ismert hibával

Legyen $\mathbf{D} = \{d_i\}$ a független mérési adatok halmaza és tegyük fel, hogy $d_i = \mu + \varepsilon_i$, ahol az ε_i zaj σ paraméterrel jellemezhető Gauss eloszlás, a mérési adatok száma legyen n . Annak a valószínűsége, hogy a i . adat d_i

$$p(d_i|\mu, \sigma, I) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left[-\frac{(d_i - \mu)^2}{2\sigma^2} \right]. \quad (11.23)$$

Határozzuk meg a μ paraméter legjobb becslését, és a becslés hibáját abban az esetben amikor σ értéke ismert. A μ paraméter becsléséhez meg kell határozni μ poszterior

eloszlását. Ezt a Bayes-tétel segítségével a következőképpen adhatjuk meg:

$$p(\mu|\mathbf{D}, \sigma, I) \propto p(\mathbf{D}|\mu, \sigma, I)p(\mu|\sigma, I). \quad (11.24)$$

Abban az esetben, ha a mérési adatok függetlenek, a likelihood:

$$p(\mathbf{D}|\mu, \sigma, I) = \prod_{i=1}^n p(d_i|\mu, \sigma, I) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \right)^n \exp \left[- \sum_{i=1}^n \frac{(d_i - \mu)^2}{2\sigma^2} \right]. \quad (11.25)$$

Használjunk egyszerű egyenletes prior eloszlást, azaz $p(\mu|\sigma, I) = p(\mu) = \text{konstans}$. A poszterior logaritmus a következő:

$$L = \ln [p(\mu|\mathbf{D}, \sigma)] = \text{konstans} - \sum_{i=1}^n \frac{(d_i - \mu)^2}{2\sigma^2}, \quad (11.26)$$

ahol a konstans tartalmazza azokat a tagokat, amelyek függetlenek μ -től. A 11.14. egyenlet szerint μ legjobb becslését a

$$\frac{dL(\mu_0)}{d\mu} = \sum_{i=1}^n \frac{d_i - \mu_0}{\sigma^2} = 0 \quad (11.27)$$

feltételből határozhatjuk meg. Az egyenlet átrendezésével kapjuk, hogy μ legjobb becslése a mérési adatok átlaga:

$$\mu_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i. \quad (11.28)$$

A becslés hibáját a 11.16. egyenletnek megfelelően L második deriváltjából kaphatjuk meg:

$$\frac{d^2L(\mu_0)}{d\mu^2} = - \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma^2} = - \frac{n}{\sigma^2}. \quad (11.29)$$

A következtetésünket μ -ről tömören összefoglalva:

$$\mu = \mu_0 \pm \frac{\sigma}{\sqrt{n}}. \quad (11.30)$$

A jól ismert eredményt kapjuk, a becslés hibája a mérések számának négyzetgyökével fordítottan arányos.

11.8.2. Mérések ismeretlen hibával

Tekintsük azt az esetet, amikor a mérések hibája (σ) minden adatra azonos, de ismeretlen paraméter. Ebben az esetben a μ poszterior eloszlását marginalizációval kaphatjuk:

$$p(\mu|\mathbf{D}, I) = \int p(\mu, \sigma|\mathbf{D}, I) d\sigma. \quad (11.31)$$

Az integrálandó kifejezés a Bayes-tétel szerint:

$$p(\mu, \sigma | \mathbf{D}, I) \propto p(\mathbf{D} | \mu, \sigma, I) p(\mu, \sigma | I). \quad (11.32)$$

A likelihood eloszlást a 11.25. kifejezés adja. A prior-nak válasszunk egyenletes eloszlást és vegyük figyelembe, hogy σ csak pozitív lehet:

$$p(\mu, \sigma | I) = \begin{cases} \text{konstans} & \text{ha } \sigma > 0 \\ 0 & \text{máshol} \end{cases}. \quad (11.33)$$

A marginalizáció eredményét levezetés nélkül közöljük:

$$p(\mu | \mathbf{D}, I) \propto \left[\sum_{i=1}^n (d_i - \mu)^2 \right]^{-(n-1)/2}. \quad (11.34)$$

A poszterior eloszlás logaritmusából a 11.14. és a 11.16. egyenletek felhasználásával kapjuk, hogy

$$\mu = \mu_0 \pm \frac{S}{\sqrt{n}} \quad \text{ahol} \quad \mu_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i \quad \text{és} \quad S = \sqrt{\frac{V}{n-1}}, \quad (11.35)$$

ahol $V = \sum_{i=1}^n (d_i - \mu_0)^2$. A legjobb becslés ebben az esetben is a mérési adatok átlaga, a becslés hatékonyságát a mérési adatokból meghatározott ($\sigma = S$) szórással jellemezhetjük a 11.30. kifejezéshez hasonlóan.

Marginalizációval meghatározhatjuk a Gauss folyamat σ szórásának poszterior eloszlását is:

$$p(\sigma | \mathbf{D}, I) = \int p(\mu, \sigma | \mathbf{D}, I) d\mu. \quad (11.36)$$

A marginalizáció eredménye:

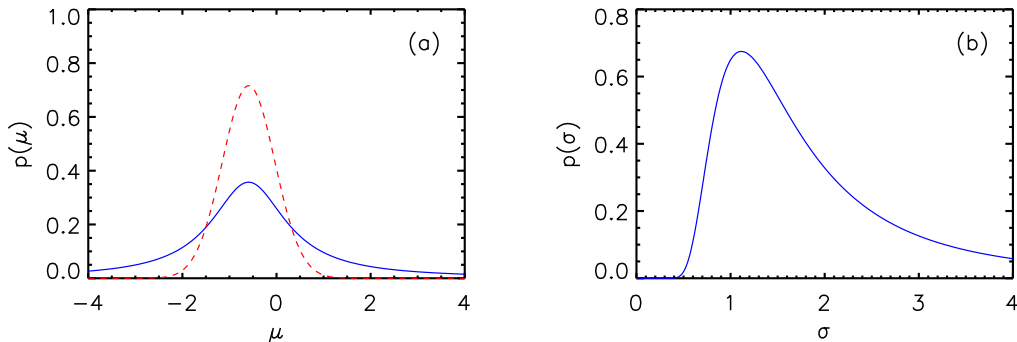
$$p(\sigma | \mathbf{D}, I) \propto \sigma^{1-n} \exp\left(-\frac{V}{2\sigma^2}\right). \quad (11.37)$$

Ezen kifejezés felhasználásával megkaphatjuk σ legjobb becslését és hibáját:

$$\sigma = \sigma_0 \pm \frac{\sigma_0}{\sqrt{2(n-1)}} \quad \text{ahol} \quad \sigma_0 = \sqrt{\frac{V}{(n-1)}}. \quad (11.38)$$

A marginalizációk részletes levezetései megtalálhatóak a [Gregory,2005] és [Silva,2006] irodalmakban.

Az eredményeket a 11.1. ábrán szemléltetjük. Az $n = 4$ mérési adatot véletlenszerűen generáltuk nulla várható értékkel és egységnyi szórással. A 11.1.(a) ábrán a μ paraméter marginális eloszlása látható összehasonlítva egy Gauss eloszlással melynek szórása



11.1. ábra. (a) A $p(\mu|\mathbf{D}, I)$ marginális eloszlás (folytonos vonal) összehasonlítva $\sigma = \sqrt{V/n(n-1)}$ paraméterű Gauss eloszlással (szaggatott vonal). (b) A $p(\sigma|\mathbf{D}, I)$ marginális eloszlás. Az adatok száma $n = 4$.

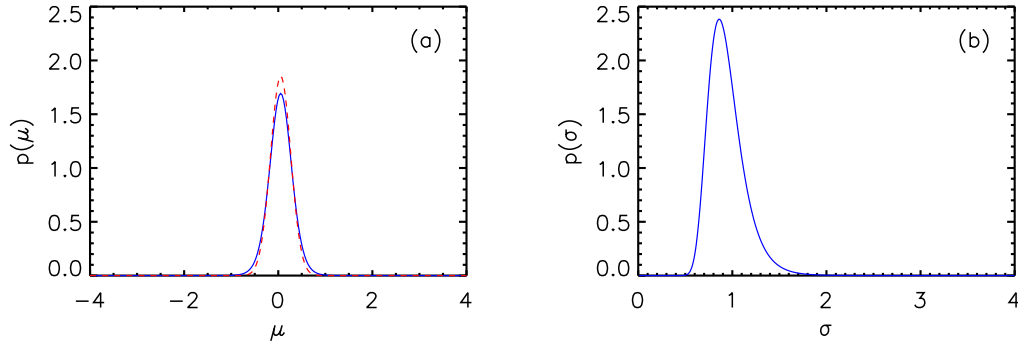
$\sqrt{V/n(n-1)}$, ami a μ hibáját jellemző Gauss eloszlás paramétere a 11.35. kifejezésnek megfelelően. A 11.1.(b) ábrán σ marginális eloszlását ábrázoltuk. Látható, hogy μ marginális eloszlása lassabban cseng le, mint a 11.35. egyenletekben μ hibáját jellemző S paraméterű Gauss eloszlás, azaz a becslés megbízhatóságát csökkenti, ha a Gauss folyamat szórását a mért adatokból kell meghatározni. A fenti kiértékelést elvégeztük $n = 16$ mérési adat esetére is. Az eredmények a 11.2. ábrán láthatóak. Megállapíthatjuk, hogy a paraméterek becslése pontosabb, négyszeres adatmennyiség mintegy felére csökkentette a poszterior eloszlások szélességét (a becslés hatékonysága $\propto 1/\sqrt{n}$), emellett a poszterior eloszlások egyre inkább Gauss eloszláshoz közelítenek.

11.9. A valószínűség meghatározása

Az előző fejezetekben láttuk, hogy a Bayes elmélet hogyan teremt kapcsolatot a valószínűségek között. Míg a likelihood a fizikai modell és a mérési eljárás ismeretében meghatározható, addig a prior eloszlás meghatározásához a rendelkezésünkre álló előzetes információkat kell figyelembe venni. Létezik néhány általános szabály ezen prior valószínűségek meghatározására. A prior meghatározásánál általános elv, hogy olyan eloszlást kell meghatározni, ami leginkább kifejezi tudatlanságunkat az adott paraméterrel kapcsolatban.

Reprezentálja λ egy spektrumban a csúcs helyét, és ne legyen előzetes ismeretünk a csúcs pozíciójáról (egy adott intervallumban bárhol elhelyezkedhet). Abban az esetben, ha a koordináta-rendszer kezdőpontját λ_0 -val eltoljuk, akkor ez nem változtathatja meg a csúcs helyének prior valószínűségét, azaz

$$p(\lambda|I)d\lambda = p(\lambda + \lambda_0|I)d(\lambda + \lambda_0). \quad (11.39)$$



11.2. ábra. (a) A $p(\mu|\mathbf{D}, I)$ marginális eloszlás (folytonos vonal) összehasonlítva $\sigma = \sqrt{V/n(n-1)}$ paraméterű Gauss eloszlással (szaggatott vonal). (b) A $p(\sigma|\mathbf{D}, I)$ marginális eloszlás. Az adatok száma $n = 16$.

Mivel λ_0 konstans $d(\lambda + \lambda_0) = d(\lambda)$, amiből következik, hogy

$$p(\lambda|I) = \text{konstans}, \quad (11.40)$$

azaz tudatlanságunk egy helyparaméterről egyenletes prior eloszlással jellemezhető.

Hasonló megfontolással élhetünk abban az esetben is, ha a csúcs A amplitúdójának prior eloszlását akarjuk meghatározni. Ha nem ismerjük az amplitúdó nagyságrendjét, akkor skálájának megváltoztatása (α -val való szorzása), nem változtathatja meg az amplitúdó prior valószínűségét:

$$p(A|I)dA = p(\alpha A|I)d(\alpha A) = \alpha p(\alpha A|I)dA. \quad (11.41)$$

Ezen feltétel abban az esetben teljesül, ha $p(A|I) \propto 1/A$. A pozitív skálaparaméterekre alkalmazandó prior valószínűségi hozzárendelést Jeffreys priornak nevezzük.

Felmerül a kérdés, hogyan határozhatjuk meg a valószínűségi eloszlásokat, ha az eloszlásról csak bizonyos megkötéseink vannak. Ezekben az esetekben a maximum entrópia módszerét használhatjuk. Ezen elv alapján a legkevésbé informatív valószínűségi eloszlást az eloszlás úgynevezett entrópiájának maximalizálásával kaphatjuk. Az entrópia pontos értelmezése a [Gregory,2005] irodalomban megtalálható. Egy $\{p_i = p(X = x_i|I)\}$ eloszlás S entrópiáját a következőképpen definiáljuk:

$$S(\{p_i\}) = - \sum_{i=1} p_i \ln(p_i). \quad (11.42)$$

A maximum entrópia módszerét két példán mutatjuk be.

Az első esetben, csak a valószínűségekre alkalmazandó normálási feltételt használjuk ki, azaz a $\sum_i p_i = 1$ megkötést. A valószínűségeket a Lagrange szorzók módszerével

határozhatjuk meg, azaz a

$$W = - \sum_{i=1} p_i \ln(p_i) + \lambda(1 - \sum_i p_i) \quad (11.43)$$

kifejezést kell maximalizálni és a λ paramétert meghatározni úgy, hogy a normálási feltétel teljesüljön. A szélsőérték feltétele, hogy

$$\frac{\partial W}{\partial p_j} = -1 - \ln(p_j) - \lambda = 0 \quad (11.44)$$

minden j -re. A fenti egyenletekből kapjuk a megoldást:

$$p_j = \exp[-(1 + \lambda)], \quad (11.45)$$

azaz minden esemény valószínűsége ugyanaz. A Lagrange szorzót a normálási feltétel határozza meg. Folytonos eseményrendszer esetén az entrópiát az egyenletes eloszlás maximalizálja, $p(x) = \text{konstans}$.

A második esetben azt vizsgáljuk mikor az eloszlás szórásnégyzetét is ismerjük, azaz

$$\sum_i p_i = 1 \quad \text{és} \quad \sum_i (x_i - \mu)^2 p_i = \sigma^2. \quad (11.46)$$

A maximum entrópia elve alapján a

$$W = - \sum_{i=1} p_i \ln(p_i) + \lambda_0(1 - \sum_i p_i) + \lambda_1(\sigma^2 - \sum_i p_i) \quad (11.47)$$

kifejezést kell maximalizálni ahol λ_0 és λ_1 ismeretlen Lagrange szorzók. A $\partial W / \partial p_j = 0$ feltétel a

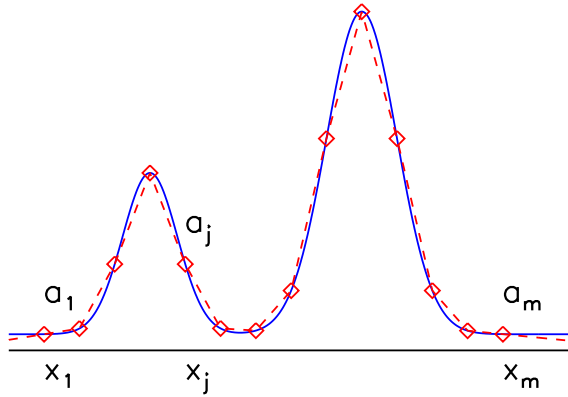
$$p_j = \exp[-(1 + \lambda_0)] \exp(-\lambda_1(x_j - \mu)^2) \quad (11.48)$$

egyenletekre vezet. Az $\exp[-(1 + \lambda_0)]$ normalálási állandó és λ_1 a 11.46. feltételekből határozhatóak meg. Folytonos eseményrendszer esetén Gauss valószínűségi eloszláshoz kapunk:

$$p(x|\mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right]. \quad (11.49)$$

Abban az esetben, ha csak az az információ áll rendelkezésünkre, hogy az eloszlás jellemző átlagértékkel és véges szórásnégyzettel akkor a normális eloszlás az amely legjobban kifejezi tudatlanságunkat az adott változóról. Ezen eredmény indokolja a mérési adatok bizonytalanságának Gauss eloszlással való leírását, ha a zaj forrásait nem ismerjük.

A részletes levezetések megtalálhatóak a [Gregory,2005] irodalomban.



11.3. ábra. Az $f(x)$ (folytonos vonal) függvény parametrizálása a $\{x_j\}$ helyeken felvett $\{a_j\}$ értékeivel. A szaggatott vonal mutatja az $\hat{f}(x)$ parametrizált függvényt .

11.10. Paraméternélküli becslés

A 11.7. fejezetben megmutattuk, hogyan határozhatjuk meg egy modell paramétereit. Ebben a fejezetben azzal a problémával foglalkozunk, mikor a fizikai modellünk nem jellemezhető néhány jól definiált paraméterrel. Ezt a problémát free-form feladatnak nevezzük. Legyen modellünk a folytonos $f(x)$ függvénnyel leírható, ahol x valamilyen helyparaméter, és $f(x)$ nem jellemezhető néhány paraméterrel. Példa lehet erre, ha valamilyen plazmaparaméter folytonos helyfüggését akarjuk meghatározni. A $\{d_k\}$ mérési adatok állnak rendelkezésre ahhoz, hogy következtetést vonjunk le az $f(x)$ -ről, azaz, hogy meghatározzuk a $p(f(x)|\{d_k\}, I)$ poszterior eloszlást. A poszterior meghatározásához meg kell adnunk a likelihood és a prior eloszlásokat, valamint az $f(x)$ függvényt kell jellemezni alkalmas módon. A függvény jellemzésének egyik lehetséges módja, ha az $f(x)$ függvényt bizonyos $\{x_j\}$ helyeken felvett $\{a_j\}$ értékeivel parametrizáljuk, és a függvényt ezen pontok közötti interpolálással adjuk meg. A 11.3. ábra szemlélteti ezt az esetet. Általános esetben a mérési adatokat a következő modellel lehet leírni: $d_k = F_k(f(x), \alpha, \dots) + \varepsilon_k$, ahol F_k valamilyen funkcionál, α, \dots a modell egyéb paramétereit és ε_k a mérési hibája. Ebben az esetben a Bayes-tétel a következő alakban adható meg:

$$p(\{a_j\}, \alpha, \dots | \{d_k\}, I) \propto p(\{d_k\} | \{a_j\}, \alpha, \dots, I) p(\{a_j\}, \alpha, \dots | I). \quad (11.50)$$

Ha a meghatározandó $\{a_j\}$ paraméterek száma nagyobb mint a mérési adatok száma, vagy ha a mérési adatok egy halmaza alig függ a meghatározandó $f(x)$ függvénytől, az

$\{a_j\}$ paraméterek hibája nagy lehet, ha az $\{a_j\}$ paraméterekre egyenletes prior eloszlást használunk. Nem-egyenletes prior használatával elérhető, hogy a poszterior eloszlás egyértelmű maximummal legyen jellemezhető. Ennek egyik lehetséges módja az úgynevezett regularizáció. Regularizáció esetén fizikailag indokolható megkötést adunk meg az $f(x)$ függvényre. Az $\{a_k\}$ paraméterek becslését a

$$K \cdot S(\hat{f}(x)) + \ln [p(\{d_k\}|\{a_j\}, \alpha, \dots, I)p(\alpha, \dots | I)] \quad (11.51)$$

kifejezést maximalizálásával kaphatjuk meg, ahol $\hat{f}(x)$ az $\{a_j\}$ paraméterek által meghatározott függvény. Itt K a regularizációs paraméter, $S()$ a regularizációs függvény, ami az $f(x)$ fizikailag elvárt tulajdonságát jellemzi. A regularizációs függvényt úgy kell megválasztani, hogy értéke annál kisebb legyen minél inkább eltér az $\hat{f}(x)$ függvény a fizikailag elvárt tulajdonságtól. A 11.51. kifejezés exponenciálisát véve, és összehasonlítva a 11.50 Bayes-tétellel megállapítható, hogy a paraméterek prior eloszlását a

$$p(\{a_j\}, \alpha, \dots | I) = p(\alpha, \dots | I) \exp \left[K \cdot S(\hat{f}(x)) \right] \quad (11.52)$$

alakban adtuk meg, azaz a regularizáció az $\{a_j\}$ paraméterekre egy nem-egyenletes prior eloszlás alkalmazása ($\hat{f}(x)$ csak az $\{a_j\}$ paraméterektől függ).

Független, Gauss zajjal jellemezhető mérések esetén a regularizációs paraméter értékét úgy kell meghatározni, hogy $\chi^2 = \sum_k^n (d_k - F_k)^2 / \sigma_k^2 \approx n$ legyen, ahol n a mérések száma. Ezen feltétel biztosítja, hogy a megoldás összeegyeztethető legyen a mért adatokkal.

11.11. Alkalmazások a plazmafizikában

11.11.1. Csúcs helyének és amplitúdójának meghatározása

A plazmafizikában gyakran előforduló feladat, hogy meg kell határozni egy adott alakú jel helyét és amplitúdóját a rendelkezésre álló zajjal terhelt mérési adatokból. Példaként tekintünk azt az esetet amikor a jel (D) adott w szélességű Gauss csúcs, azaz

$$D(x, A, x_0) = A \exp \left[-\frac{(x - x_0)^2}{2w^2} \right], \quad (11.53)$$

ahol x a mérési változó, A és x_0 a meghatározandó paraméterek, a csúcs amplitúdója és helye. Méréseinket végezzük az $\{x_k\}$ helyeken, a mérési adatok legyenek $\{d_k\}$. Az ideális (zaj nélküli) mérési értékek:

$$D_k(x_k, A, x_0) = A \exp \left[-\frac{(x_k - x_0)^2}{2w^2} \right]. \quad (11.54)$$

Zajjal terhelt mérés esetén $d_k = D_k + \epsilon$. Tételezzük fel, hogy az ϵ mérési zaj Gauss eloszlású σ szórással, így a k . mérés valószínűsége:

$$p(d_k|A, x_0, I) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left[-\frac{(d_k - D_k)^2}{2\sigma^2} \right]. \quad (11.55)$$

A Bayes-tétel szerint következtetésünket a meghatározandó paraméterekről a

$$p(A, x_0|\{d_k\}, I) \propto p(\{d_k\}|A, x_0, I)p(A, x_0|I). \quad (11.56)$$

poszterior eloszlás írja le. Ha a mérések függetlenek akkor a likelihood függvényt az egyes mérések valószínűségeinek szorzata adja:

$$\begin{aligned} p(\{d_k\}|A, x_0, I) &= \prod_{k=1}^n p(d_k|A, x_0, I) = \\ &= \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \right)^n \exp \left[-\sum_{k=1}^n \frac{(d_k - D_k)^2}{2\sigma^2} \right]. \end{aligned} \quad (11.57)$$

A kiértékelést az alábbi példán szemléltetjük. Véletlenszerűen generáltunk mérési adatokat amelyek a 11.4. ábrán láthatóak. Feltüntettük a 11.53. egyenlet szerinti jelet is. A csúcs amplitúdóját $A = 0,1$ -nek, helyét $x_0 = 0,3$ -nak és a zaj szórást $\sigma = 0,04$ -nek választottuk. Mivel a csúcs amplitúdója csak pozitív lehet, a prior eloszlást válasszuk a következőnek:

$$p(A, x_0|I) = \begin{cases} \text{konstans} & \text{ha } 0 < A < 0,2 \text{ és } 0,2 < x_0 < 0,4 \\ 0 & \text{máshol,} \end{cases} \quad (11.58)$$

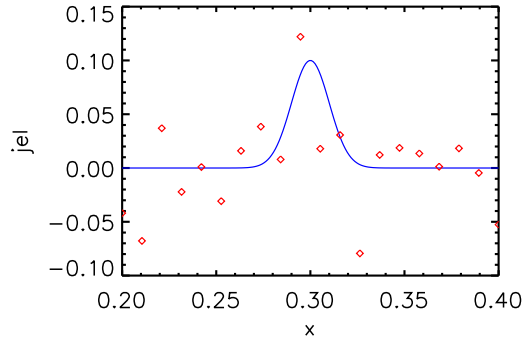
azaz mind az amplitúdóra, mind a csúcs pozíciójára egyenletes priort használunk. A kiértékelést elvégeztük az amplitúdóra alkalmazott Jeffreys prior alkalmazásával is. A prior eloszlás ebben az esetben:

$$p(A, x_0|I) = \begin{cases} \propto \frac{1}{A} & \text{ha } 0,01 < A < 0,2 \text{ és } 0,2 < x_0 < 0,4 \\ 0 & \text{máshol} \end{cases}. \quad (11.59)$$

A 11.5. ábrán a $p(A, x_0|\{d_k\}, I)$ poszterior eloszlásokat ábrázoltuk.

Az $p(A, x_0|\{d_k\}, I)$ poszterior eloszlás teljesen leírja következtetésünket a csúcs helyéről és amplitúdójáról. Gyakran azonban csak a csúcs helyére van szükségünk függetlenül az amplitúdójától. Az amplitúdót fel kellett használni a kiértékelés során, mert a likelihood meghatározásához szükséges volt. Szeretnénk tehát meghatározni a $p(x_0|\{d_k\}, I)$ eloszlást. Ezt a marginalizációval kaphatjuk meg, azaz

$$p(x_0|\{d_k\}, I) = \int p(A, x_0|\{d_k\}, I)dA. \quad (11.60)$$



11.4. ábra. A véletlenszerűen generált mérési adatok (\diamond). A folytonos vonal a 11.53. egyenlet szerinti jel.

Hasonlóan kaphatjuk meg az amplitúdó $p(A|\{d_k\}, I)$ marginális eloszlását.

Az integrálásokat numerikusan elvégezve a marginális eloszlások a 11.6.(a) és (b) ábrákon láthatóak. Annak ellenére, hogy a jel/zaj arány kicsi, megállapítható, hogy a csúcs helyének meghatározása viszonylag pontos, a csúcs alakjának előzetes ismerete miatt. Az amplitúdó bizonytalansága viszont jelentős. Valószínűsége nulla negatív értékek esetén, az alkalmazott priornak megfelelően. A 11.6.(b) ábrán az amplitúdó marginális eloszlását Jeffreys prior alkalmazása esetén is ábrázoltuk. Mivel az amplitúdó pozitív skálaparaméter, a Jeffreys prior alkalmazása realisabb eredményt szolgáltat. Az amplitúdó ebben az esetben kis értékekre sokkal valószínűbb, mint egyenletes prior alkalmazása esetén.

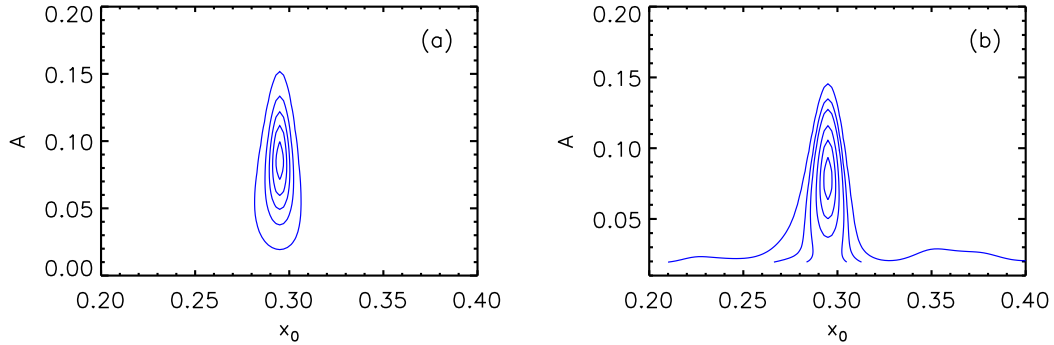
11.11.2. Paraméter nélküli becslés

A plazma elektronsűrűség meghatározásának egyik lehetséges módja a plazmába injektált semleges lítium nyaláb 2s-2p atomi átmenetéhez tartozó nyaláb menti fényeloszlás mérése, mivel a fényeloszlás függ a nyaláb menti elektronsűrűségtől. A mérési módszer részletes leírása a [Fischer,2008] található. A mérés fizika modellje egyszerűsítve a következőképpen írható le: a $S(z)$ nyaláb menti fényintenzitást a

$$S(z, n_e(z), \alpha|I) = \alpha N_{2p}(z, n_e(z)|I) \quad (11.61)$$

egyenlet határozza meg, ahol N_{2p} a 2p atomi energiaszint betöltöttsége, z a nyaláb menti koordináta. Az α paraméter kapcsolja össze a 2p szint betöltöttségét a mért fényintenzitással. Az N_i atomi szintek betöltöttségét a

$$\frac{dN_i(z)}{dz} = \sum_{j=1}^{M_{Li}} [n_e(z) a_{ij}(T_e(z), Z_{eff}(z), q(z), v_{Li}) + b_{ij}] N_j(z) \quad (11.62)$$



11.5. ábra. (a) A $p(A, x_0 | \{d_k\}, I)$ poszterior eloszlás egyenletes prior esetén. (b) A $p(A, x_0 | \{d_k\}, I)$ poszterior eloszlás Jeffreys prior esetén. A kontúrvonalak a maximális valószínűség 10%, 30%, 50%, 70%, 90%-ának felelnek meg.

differenciálegyenlet rendszer határozza meg [Pusztai,2009]. Itt a_{ij}, b_{ij} atomfizikai állandók, $T_e(z)$, $Z_{eff}(z)$, $q(z)$ a plazma hőmérséklete, effektív rendszáma és a szennyezők átlagos töltése és v_{Li} az atomok nyaláb menti sebessége. Ezen paramétereket ismertnek tételezzük fel. A modell meghatározandó paraméterei a nyaláb menti elektronsűrűség és az α paraméter. A $\{d_k\}$ mérési adatok a fényintenzitás értékei adott z_k helyeken, azaz $d_k = S(z_k, n_e(z), \alpha | I) + \varepsilon_k$. ε_k a mérések zaja, amiről feltételezzük, hogy Gauss eloszlású σ_k szórással.

A mérések függetlenségét felhasználva a likelihood a következő:

$$p(\{d_k\} | n_e(z), \alpha, I) = \frac{1}{\prod_k \sqrt{2\pi\sigma_k^2}} \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_k \left(\frac{d_k - S(z_k, n_e(z), \alpha | I)}{\sigma_k} \right)^2 \right] \quad (11.63)$$

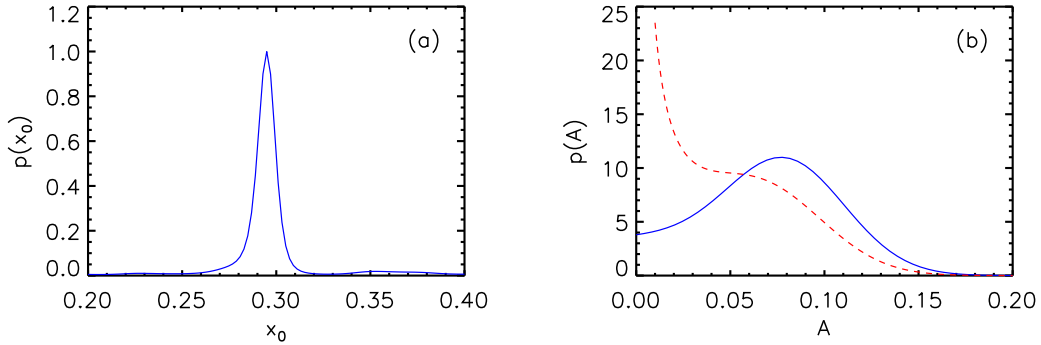
Az $n_e(z)$ függvényt parametrizáljuk a 11.10. fejezetben leírt módon az $\{a_j\} = n_e(\{z_j\})$ értékekkel. A prior meghatározásánál azt a feltételt kell figyelembe venni, hogy mind a sűrűség mind az α paraméter csak pozitív értékeket vehet fel

$$p^a(\{a_j\}, \alpha | I) = \begin{cases} \text{konstans} & \text{ha } a_j > 0 \text{ és } \alpha > 0 \\ 0 & \text{máshol.} \end{cases} \quad (11.64)$$

A meghatározandó paraméterek poszterior eloszlása a Bayes-tételnek megfelelően:

$$p(\{a_j\}, \alpha | \{d_k\}, I) \propto p(\{d_k\} | n_e(z), \alpha, I) p^a(\{a_j\}, \alpha | I). \quad (11.65)$$

Az $\{a_j\}$ és az α paraméterek legjobb becslését numerikusan határoztuk meg a poszterior eloszlás logaritmusának maximalizálásával.



11.6. ábra. (a) A csúcs helyének $p(x_0|\{d_k\}, I)$ marginális eloszlása. (b) A csúcs amplitúdójának $p(A|\{d_k\}, I)$ marginális eloszlása, folytonos vonal: egyenletes prior – szaggatott vonal: Jeffreys prior alkalmazása esetén.

A feldolgozást egy numerikus szimuláción keresztül mutatjuk meg, azaz egy feltételezett elektronsűrűség profilt használva kiszámoltuk a mérési adatokat (a mérés hibáját Gauss zaj hozzáadásával modelleztük), majd ezen adatokat felhasználva végeztük el a kiértékelést. Az elektronsűrűség profil és az $S(z)$ fényprofil a 11.7. ábrán láthatóak.

A 11.8.(a) ábrán a meghatározott az $\{a_j\}$ paraméterek legjobb becsléséből meghatározott elektronsűrűség profil látható. A profil parametrizálásához használt pontokat a \diamond jel mutatja. A 11.8.(b) ábra a mérési adatokat és a visszaállított sűrűségprofilból számolt zaj nélküli mérést mutatja.

Látható, hogy profil fizikailag nem várt oszcilláló jellegű, mivel egyenletes priort használva nem vettük figyelembe a megoldás fizikailag elvárható tulajdonságait. Megmutatható, hogy ezen probléma esetén a mérési adatok egy halmaza alig függ a sűrűségprofiltól. Esetünkben két feltétel adható meg a profil fizikailag elvárt tulajdonságára: az első, hogy a profil általában monoton növekszik a nyaláb mentén. A második: hogy a profil lokálisan sima. Regularizációval ezeket a tulajdonságokat figyelembe tudjuk venni a kiértékelés során.

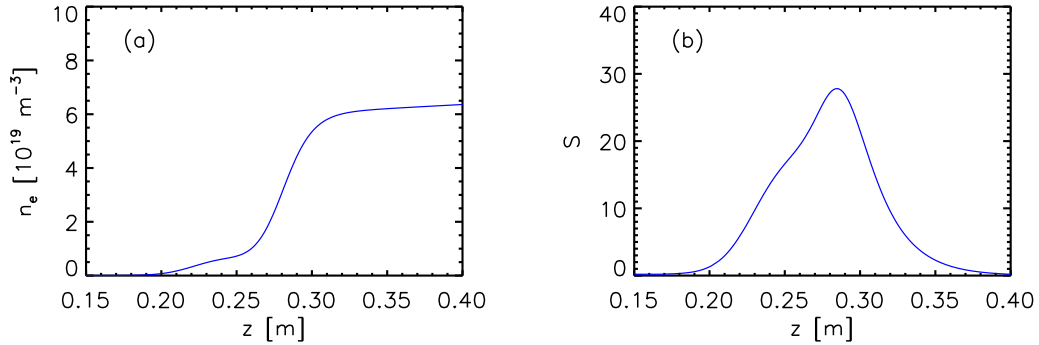
Az első feltétel a

$$p^m(\{a_j\}|I) = \exp \left\{ -R^m \left[\sum_i \frac{(a_{i+1} - a_i)^2}{(a_{i+1} + a_i)^2} (\text{sgn}(a_i - a_{i+1}) + 1) \right] \right\}, \quad (11.66)$$

a második feltétel a

$$p^s(\{a_j\}|I) = \exp \left\{ -R^s \int \left[\frac{d^2 \hat{n}_e(z)}{dz^2} \right]^2 dz \right\} \quad (11.67)$$

prior alkalmazásával érhető el. Itt $\hat{n}_e(z)$ a $\{a_j\}$ paraméterek által meghatározott profil.



11.7. ábra. (a) Az $n_e(z)$ elektronsűrűség profil és (b) az $S(z)$ fényprofil.

A Bayes-tételnek megfelelően a poszterior eloszlás

$$p(\{a_j\}, \alpha | \{d_k\}, I) \propto p(\{d_k\} | \hat{n}_e(z), \alpha, I) p^a(\{a_j\}, \alpha | I) p^m(\{a_j\} | I) p^s(\{a_j\} | I). \quad (11.68)$$

A 11.68. egyenlet szerinti poszterior eloszlás logaritmusát véve belátható, hogy R^m és R^s a 11.51. egyenletnek megfelelően regularizációs paraméterek. Ezen paraméterek alkalmas megválasztásával elérhető, hogy a meghatározott eloszlás kompatibilis legyen a mért adatokkal és fizikailag elvárható tulajdonságú legyen. A 11.9. ábrán az így meghatározott profil látható. Megállapíthatjuk, hogy a regularizáció lehetővé tette fizikailag értelmes profil meghatározását, annak ellenére, hogy mind regularizáció nélkül, mind regularizációval a mért adatok és a visszaállított zaj nélküli mérés a hibahatárokon belül megegyezik, azaz mindkét visszaállított sűrűségprofil összeegyeztethető a mérési adatokkal.

11.12. Feladatok

11.12.1. 1. feladat

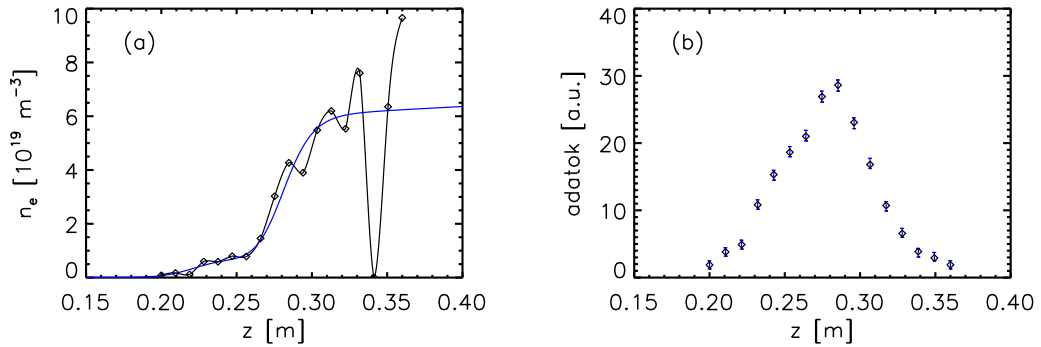
Az adatfeldolgozás során felmerülhet az a feladat, hogy ugyanazon α paraméter becsléséhez több mérési adathalmaz is rendelkezésünkre áll. Az egyszerűség miatt tekintsünk csak két adathalmazt, jelöljük ezeket \mathbf{D}_1 és \mathbf{D}_2 -vel. A Bayes-tétel szerint az α paraméter poszterior eloszlása a következő:

$$p(\alpha | \mathbf{D}_2, \mathbf{D}_1, I) \propto p(\mathbf{D}_2, \mathbf{D}_1 | \alpha, I) \cdot p(\alpha | I). \quad (11.69)$$

Ebben az esetben az adatokat úgy tekintjük mint egységes adathalmazt. Mutassa meg, hogy

$$p(\alpha | \mathbf{D}_2, \mathbf{D}_1, I) \propto p(\mathbf{D}_2 | \alpha, I) \cdot p(\alpha | \mathbf{D}_1, I) ! \quad (11.70)$$

Mi ezen egyenlet értelme, és milyen feltételek esetén alkalmazható?



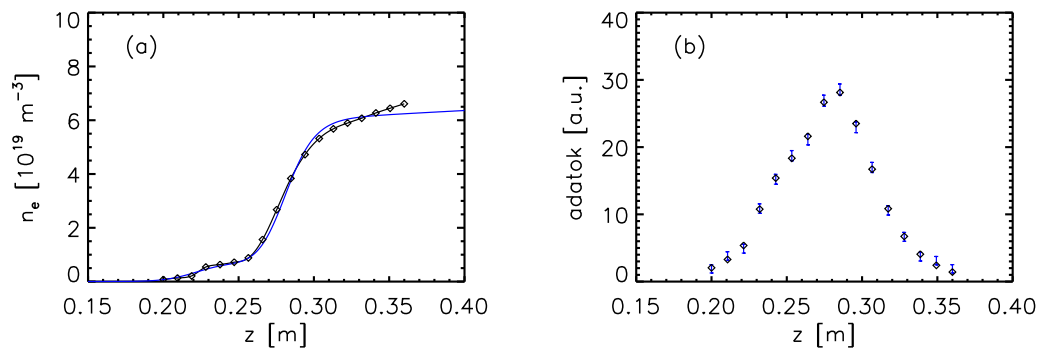
11.8. ábra. (a) A meghatározott sűrűségprofil regularizáció nélkül. A kék vonal a numerikus szimulációnál használt eredeti profil. A \diamond a profil parametrizálásához használt interpolációs pontok. (b) A mért adatok és a visszaállított sűrűségprofilból számolt zaj nélküli mérés (\diamond).

11.12.2. 2. feladat

A 11.8.1. fejezetben tárgyaltaknak megfelelően határozza meg a μ legjobb becslését abban az esetben, ha a mérések hibája nem azonos, azaz a d_k adat hibája σ_k paraméterű normális eloszlással jellemezhető!

11.12.3. 3. feladat

A 11.34. egyenletből kiindulva vezesse le az 11.35. kifejezéseket!



11.9. ábra. (a) A meghatározott sűrűségprofil regularizáció alkalmazásával. A kék vonal a numerikus szimulációnál használt eredeti profil. A \diamond a profil parametrizálásához használt interpolációs pontok. (b) A mért adatok és a visszaállított sűrűségprofilból számolt zaj nélküli mérés (\diamond).

Irodalomjegyzék

- [Chen,1984] Chen F.F.: Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion, Plenum Press, New York, 1984, second edition,
- [Dolan,1982] Dolan J.D.: Fusion Research, Pergamon Press, 1982
- [Wesson,1997] Wesson J.: Tokamaks, Clarendon Press, Oxford, 1997
- [Dhaesleer,1991] W.D. D'haeseleer, W.N.G. Hitchin, J.D. Callen, J.L. Shohet: Flux Coordinates and Magnetic Field Structures, Springer-Verlag, 1991
- [Hutchinson,2002] I.H. Hutchinson: Principles of Plasma Diagnostics, Cambridge University Press, 2002
- [ITER web] www.iter.org
- [Wagner,1982] F. Wagner et al: Regime of improved confinement and high beta in neutral-beam-heated divertor dischargers of the ASDEX tokamak, Phys. Rev. Lett. 49 (1982) 1408-1412
- [Thorn,1988] A. P. Thorne: Spectrophysics, 1988, Chapman and Hall, New York
- [Lochte,1968] Plasma Diagnostics, ed. W. Lochte-Holtgreven, 1968, North-Holland
- [FST,2008] Fusion Science and Technology, **53**, February, 2008
- [Huba,2009] J.D. Huba: NRL Plasma Formula, 2009, Washington
- [Kocsis,1991] Kocsis Gábor: Lézer blow-off vizsgálatok, Doktori értekezés, ELTE, 1991
- [Dunai,2010] Dunai Dániel: Fúziós plazma turbulenciájának és tranziens eseményeinek vizsgálata nyalábemissziós spektroszkópiával, Doktori értekezés, ELTE, 2010
- [Stangeby,2000] Stangeby P.C.: The Plasma Boundary of Magnetic Fusion Devices, IOP Publishing Ltd., 2000,

- [Federici,2001] G. Federici et al.: *Plasma-material interactions in current tokamaks and their implications for next step fusion reactors*, Nuclear Fusion, Vol. 41, No. 12, 2001, IAEA, Vienna
- [EFDA web] <http://www.efda.org/fusion/>
- [Zohm,1996] H. Zohm és mások, Plasma Phys. and Ctrl. Fusion 38 (1996) 105
- [Bateman,] G. Bateman: MHD Instabilities, MIT Press, Cambridge Massachusetts and London England
- [Zhilutkin,2007] A. Zhitlutchin és mások, J. of Nucl. Materials 363-365 (2007) 301
- [Snyder,2002] P.B. Snyder és mások, Physics of Plasmas 9 (2002) 2037
- [Snyder,2005] P.B. Snyder és mások, Physics of Plasmas 12 (2005) 056115
- [Wilson,2004] H.R. Wilson és mások, Phys. Rev. Lett. 92 (2004) 175006
- [Wesson,1997] J. Wesson: Tokamaks, Clarendon Press, Oxford, 1997
- [Soldner,1988] F.X. Soldner et al, Phys. Rev. Lett., 61, 1105 (1988)
- [Watkins,2002] M. L. Watkins, Plasma Phys. Control. Fusion, 44, B173 (2002)
- [Doyle,2007] E.J. Doyle et al, Nucl. Fusion, 47, S18 (2007)
- [Stroth,1996] U. Stroth et al, Plasma Phys. Control. Fusion, 38, 611 (1996)
- [Gentle,1995] K.W. Gentle et al, Phys. Rev. Lett., 74, 3620 (1995)
- [Wagner, 2007] F. Wagner, Plasma Phys. Control. Fusion, 49, B1 (2007)
- [Grulke,2002] O. Grulke and T. Klinger, New Journal of Physics, 4, 67.1 (2002)
- [Fujisawa,2009] A. Fujisawa, Nucl. Fusion, 49, 013001 (2009)
- [Connor,1992] K.A. Connor et al, Rev. Sci. Instrum., 63, 4506 (1992)
- [Hirsch,2001] M. Hirsch et al, Plasma Phys. Control. Fusion, 43, 1641 (2001)
- [Milora,1995] S.L. Milora, W.A. Houlberg, L.L. Lengyel, V. Mertens: Pellet fuelling; Nuclear Fusion, 35, 657, 1995
- [Pegourie,2007] B. Pégourié: Pellet injection experiments and modelling; Plasma Phys. Control. Fusion 49, R87, 2007

- [Parks,1978] P.B. Parks, R.J. Turnbull: Effect of transsonic flow in the ablation cloud on the lifetime of a solid hydrogen pellet in a plasma; *Physics of Fluids*, 21, 1735, 1978
- [Szepesi,2009] Szepesi Tamás: Deutériumjég pelletek és forró plazma kölcsönhatásának vizsgálata; PhD értekezés, BME, 2009
- [Parks,1996] P.B. Parks: Theory of pellet cloud oscillation striations; *Plasma Phys. Control. Fusion*, 38, 571, 1996
- [Adelfinger,1993] Adelfinger et al, *Rev. Sci. Instrum.* 64, 983, 1993
- [Lang,2007] P.T. Lang et al, *Rev. Sci. Instrum.* 78, 023504, 2007
- [Lang,1997] P.T. Lang et al, *Phys. Rev. Lett.* 79, 1487, 1997
- [Lang,2004] P.T. Lang et al, *Nuclear Fusion* 44, 665, 2004
- [Kocsis,2007] G. Kocsis et al, *Nuclear Fusion* 47, 1166, 2007
- [RTOS,wiki] http://en.wikipedia.org/wiki/Real-time_operating_system (2013.05.20)
- [Deadlock,wiki] <http://en.wikipedia.org/wiki/Deadlock> (2013.05.20)
- [Szappanos,2008] Szappanos A. és mások: Event detection intelligent camera development *Fusion Engineering and Design* 83 (2008) 370-374.
- [Zoletnik,2013] Zoletnik S. és mások: EDICAM (Event Detection Intelligent Camera) *Fusion Engineering and Design*, kiadás alatt (2013)
- [Dreier,2006] H. Dreier et al.: Bayesian design of plasma diagnostics *Review of Scientific Instruments* 77, 10F323 (2006)
- [Dinklage] A. Dinklage et al.: Integrated Approaches in Fusion Data Analysis, *AIP Conference Proceedings / Volume 735*
- [Silva,2006] D. S. Sivia and J. Skilling: *Data Analysis – a Bayesian Tutorial*, Plenum Press, New York, 2006
- [Gregory,2005] Phil Gregory: *Bayesian Data Analysis for the Physical Sciences*, Cambridge University Press, 2005
- [Pusztai,2009] I. Pusztai et al.: Deconvolution-based correction of alkali beam emission spectroscopy density profile measurements, *Rev. Sci. Instrum.* 80, 083502 (2009)
- [Fischer,2008] R. Fischer et al.: Probabilistic lithium beam data analysis, *PPCF* 50 (2008) 085009.